

# Processi storici

Giambattista Salinari

## Indice

<b>1</b>	<b>Balagan</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Processi storici ideali</b>	<b>13</b>
2.1	Processi evolutivi e processi ciclici . . . . .	14
2.2	Una colonna di soldati . . . . .	17
2.3	Una partita a scacchi . . . . .	22
2.4	Stemma codicum . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Definizione e classificazione dei processi storici</b>	<b>36</b>
<b>4</b>	<b>Processi storici reali</b>	<b>50</b>
4.1	Processi d'estinzione . . . . .	51
4.2	Processi di crescita . . . . .	59
4.3	Processi di sostituzione . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Oggetti storici</b>	<b>72</b>

## 1 Balagan

Che cos'è un fatto storico? Che cosa un processo? Che cosa la storia in senso astratto e generale? Come si costruiscono, con quale arte, o con quali metodi, quelle narrazioni che chiamiamo ricostruzioni storiche? Oggi mi pare ci si trovi in un'epoca che per alcuni suoi aspetti ricorda la crisi della coscienza europea descritta da Paul Hazard in un suo celebre libro. In particolare mi sembra che ciò sia particolarmente vero per gli studi storici, perché quell'epoca, come la nostra, si ammalò di una sfiducia generale, di uno scetticismo fondamentale nei riguardi della storia, della possibilità di una sua ricostruzione a posteriori, delle possibilità di una sua comprensione e descrizione generale. Quell'epoca chiamava questa malattia, in ossequio ad un antico filosofo scettico, pirronismo. Ecco mi pare oggi si viva, almeno per ciò che riguarda la storiografia, in un'epoca pirronistica. Occorre tuttavia notare come in quel tempo lontano collocata tra la fine del XVII secolo e l'età dei lumi, molti valenti ingegni elaborarono, anche come risposta alla

crisi pirronistica cui si è fatto cenno, un insieme di nuove metodologie di ricerca storica che poi portarono, causarono, più di un secolo dopo, il secolo della storia: l'Ottocento. Il *De re diplomatica* del monaco maurino dom Mabillon è del 1681, della stessa epoca sono le analisi di filologia biblica di Richard Simon: diplomatica, filologia, paleografia... i tre pilastri su cui poggia la storia di Ranke, di Mommsen, di Fustel de Cuolange, di March Bloch. Tutto ciò per dire che la malattia che si è detta pirronismo produce nel corpo dell'ammalato una reazione, un contrasto che si esprime nella creazione e nell'invenzione di nuove metodologie di ricerca, di nuove generalizzazioni, di nuove astrazioni che riguadagnano il senso e la consapevolezza della realtà e sciolgono le nebbie dello scetticismo radicale. In qualche modo il pirronismo è un fenomeno sano, una malattia dalla quale, se si ha la capacità di superarla, si esce rafforzati. Per fare questo però, per guarire cioè e uscire rafforzati, occorre considerare con serietà e nei particolari la malattia, occorre ascoltare la voce del pirronismo, riconoscere che un insieme di critiche, un insieme di riflessioni, un insieme di attacchi provenienti da questa scuola di pensiero hanno una loro logica interna, poggiano su fatti incontrovertibili, che esiste serietà e coraggio anche in chi sostiene idee e visioni del mondo ortogonali a quelle della scuola di pensiero cui, un po' per caso, un po' per scelta, si appartiene. Esistono i fatti storici? Con ciò si vuol dire: esistono i fatti storici come entità ontologica, posti al di fuori dal sistema di riferimento dell'osservatore e da questi indipendenti? Si può affermare, con Momigliano, che si può essere perlomeno sicuri che un Impero romano esistette, che poi esso declinò e cadde? Si può affermare che esistette un evento storico che per brevità conveniamo di chiamare Rivoluzione francese ma che ha una sua complessa articolazione interna e che dalla Pallacorda porta al Terrore e poi al Termidoro e alle campagne d'Italia su su fino all'Impero e a Waterloo? Si può affermare che esistette un grande evento bellico che i contemporanei chiamarono Grande guerra e che noi oggi indichiamo con il termine di Prima guerra mondiale. Possiamo dire, infine, che questa Grande guerra che coinvolse un così gran numero di nazioni e di popoli fu originato e causato da un evento in fondo minuscolo: dall'assassinio di un individuo che per convenzione chiamiamo Francesco Ferdinando?

Tutte queste diverse domande possono essere interpretate in modo retorico; si domanda ma si vuol già ascoltare la risposta dell'interlocutore che ci dica e ci conforti con il suo dire: certo che esistette un impero Romano, certo esistettero anche una Rivoluzione francese e una Prima guerra mondiale, e certo anche che origine e causa della Grande guerra fu l'assassinio di quel signore che conveniamo di chiamare Francesco Ferdinando. Così facendo ci si prepara dunque alla risposta da dare alle critiche della scuola avversa, ma in realtà non si compie un lavoro fondamentale; quello di ascoltare quelle domande e quello di cercare di comprenderne l'origine. Se dunque cerchiamo di considerare l'origine di queste domande, di considerarne il fondamento, di calarsi, per un attimo dico, nei panni dei nostri avversari, si vedrà come

tali domande abbiano in effetti un fondamento, non siano peregrine, lavoro ozioso di fantasia, di critica per il gusto della critica. Esse sono un lavoro serio di riflessione sulla storia, sui suoi eventi, sui suoi oggetti, e sulla sua trama. Io credo che questo tipo di ragionamento serio abbia al suo interno degli errori, delle inconsistenze, delle ingenuità e di questo voglio sinceramente convincere la scuola avversaria, ma per farlo, per smontarne l'argomentazione, per proporre una alternativa, sebbene ancora iniziale, occorre entrare in quel ragionamento, occorre osservarne l'architettura, occorre, dirò di più, ammirarne le proporzioni e la fattura, perché così si smontano, io credo, i ragionamenti; dal loro interno.

Esistono dunque i fatti storici in senso ontologico, in modo indipendente dal suo osservatore prediletto, lo storico? Esistono molte ragioni per poter dare risposta negativa a questa domanda. Consideriamo un fatto storico come la Prima guerra mondiale; tale fatto, è evidente, è una sorta di macro fatto che assomma in sé un pulviscolo di fatti più piccoli che etichettiamo e classifichiamo come facenti parte di un unico svolgimento complessivo che chiamiamo appunto, la Grande guerra, la Prima guerra mondiale. I fatti elementari di cui si compone questo macro evento sono del tipo più differente: dichiarazioni di uomini politici, atti politici, amministrativi, diplomatici, atti di guerra, battaglie, avanzate, ritirate, le trincee, l'aviazione, i gas asfissianti, le strutture sociali, gli operai, le fabbriche, l'economia di guerra, le donne-operaio, i contadini nell'esercito, gli atti di insubordinazione, i nuovi partiti popolari, cattolici, socialisti, i movimenti anarchici, il nazionalismo, la rivoluzione d'ottobre, e poi le opere letterarie, le poesie sugli alberi e le foglie, le opere artistiche ecc. tutto ciò viene inglobato e sussunto in quell'unico macro fatto storico che siamo soliti chiamare guerra mondiale, e che ritroviamo trattato, a decretarne l'importanza e la centralità, in tutti i manuali scolastici di storia. I singoli fatti poi che si sono considerati elementari e che nel loro insieme formano il grande evento Prima guerra mondiale, sono, a loro volta, eventi complessi, sono a loro volta formati da un pulviscolo di fatti, se si vuole, ancora più elementari sussunti all'interno di un fatto che in precedenza avevamo considerato elementare, ma che, a ben vedere, è a sua volta un macro-fatto, un fatto ottenuto per giustapposizione di fatti minori. Pensiamo, ad esempio, alle battaglie di cui, come è comprensibile, è punteggiata la Prima guerra mondiale: ogni battaglia appartiene ad un macro-fatto più ampio, che chiamiamo, campagne. Ogni singola battaglia si compone di una miriade di diverse fasi, atti, discorsi, parole: si compone del messaggero che deve portare un messaggio, e dell'artigliere che deve sparare il colpo di artiglieria, del fuciliere, del granatiere, ciascuno dei quali svolge delle azioni, genera degli eventi, c'è poi la catena gerarchica fatta di caporali e di ufficiali, di tenenti e di generali attraverso cui corrono le informazioni sullo scontro, sul territorio, su come si muove il nemico, su quante perdite sono state subite, e quante inflitte, e sempre attraverso questa catena passano gli ordini che scendono dall'alto verso il basso ecc. Intere fasi della

battaglia si sviluppano poi come parti indipendenti per via del fatto che gruppi, o battaglioni sono rimasti scollegati fra di loro, per il fatto che la linea del comando si è per qualche motivo interrotta; ciascuno di noi ha in mente le descrizioni di alcune celebri battaglie: quella di Waterloo ad opera di Stendhal, quella di Borodino ad opera di Tolstoj, la guerra di trincea descritta da Remarque ecc. ognuna di queste descrizioni celebri insiste, a suo modo, sempre sullo stesso fatto: ciò che dall'esterno verrà raccontato come un evento lineare, con sue regole, sue norme, un suo inevitabile sviluppo, una sua inevitabile conclusione, è, se lo si guarda dall'interno, se lo si è vissuto, se se ne è stati protagonisti, un enorme caos senza senso, in cui tutte le presunte parti componenti il presunto tutto sembrano agire in modo totalmente libero e indipendente da quanto stanno facendo le altre componenti. Gli storici ricostruiscono minutamente le fasi della battaglia di Waterloo e spiegano che se Napoleone avesse fatto così, o non avesse fatto così, oppure se fosse stato meno sfortunato e le condizioni del campo fossero state differenti da quelle che in effetti furono ecc. ecc. allora forse egli avrebbe vinto, oppure non avrebbe subito la disfatta che invece gli accadde di subire ecc. ecc. Resta il fatto che per Stendhal lo sviluppo della battaglia di Waterloo ebbe, almeno dal suo interno, un'evoluzione completamente erratica, casuale; non vi era senso, né logica, quel giorno a Waterloo.

Insomma il pulviscolo di eventi che chiamiamo nel suo complesso Prima guerra mondiale forma davvero una nube enorme e fine di fatti microscopici che noi ordiniamo, classifichiamo e categorizziamo progressivamente fino a formare la prima guerra mondiale, dal fuciliere della Marna, alla battaglia sulla Marna, alle battaglie del fronte Occidentale, su su fino alla Prima guerra mondiale. Ecco, ciò che è in questione è il modo in cui questa categorizzazione dei fatti storici viene compiuta; il modo in cui dal colpo di granata sparato da quel singolo granatiere in quell'istante, si passa a mettere insieme molti granatieri, fucilieri, fanti e cavalieri in un'unica battaglia che è una tappa in una campagna che nel suo complesso forma poi quell'evento che chiamiamo guerra.

Cosa permette di compiere questo genere di operazioni logiche che sono la premessa, il punto d'inizio di ogni discorso storico, in assenza di qualunque processo di verifica, in assenza di qualunque metodo di verifica? Come si verifica che certi fatti storici esistono, che certe categorizzazioni dei fatti storici sono corrette, e altre no? Occorre però qui introdurre una distinzione: non si vuole qui affermare che la storia non sia in grado di dire se certi eventi si sono verificati oppure no. Non si tratta di una deriva negazionista, non si tratta di negare la Prima guerra mondiale, o meglio, non si tratta di negare il pulviscolo di micro eventi che formano questo fatto, si tratta di verificare o falsificare l'unità e l'identità di quel pulviscolo di fatti, se sia lecito trattare quel pulviscolo di eventi e di azioni come un ente dotato d'unità, oppure se lo si debba considerare una massa slegata di eventi e di azioni, una miscela di eventi ed azioni fra loro non coerenti. Per verificare

l'esistenza o l'inesistenza dei granelli storici, dei singoli eventi, delle singole azioni, la storia possiede strumenti potenti. Si può negare l'olocausto, si può negare che l'uomo sia giunto sulla luna, eppure contrastare questo tipo di argomentazioni è semplice, perché esistono dati e metodi di verifica almeno dai tempi di Lorenzo Valla. L'argomentazione che ci viene qui proposta è più sottile di quella del negazionismo, è un'argomentazione che fa perno su un'incapacità manifesta di giustificare il modo in cui un pulviscolo di fatti microscopici vengono messi insieme a formare gli eventi storici che poi costituiscono la grammatica di base, la sintassi primitiva del nostro raccontare la storia, perché se davvero non ci sono più la Prima guerra mondiale o la Rivoluzione francese, allora davvero si perde l'orientamento, si perde la nozione del prima e del dopo e del tempo presente, come in una città che sia stata bombardata: prima c'erano vie, e piazze, e palazzi e nomi di vie e nomi di piazze e nomi di palazzi, dopo c'è invece una rovina informe dove diventa inevitabile perdersi. In quanti manuali, in quante ricostruzioni storiche, in libri di specialisti, avete trovato un tentativo di giustificare l'esistenza della Prima guerra mondiale, o della Rivoluzione francese? chiunque si dedicasse troppo a lungo (così come faremo in questa sede) in questo lavoro sarebbe considerato certo un pazzo. La Rivoluzione francese e la Prima guerra mondiale esistono, è fuor di dubbio, è sicuro. Ma quanto di questa sicurezza, vi domando, deriva dal fatto che abbiamo ascoltato ripetere fin dall'infanzia che una certa cosa chiamata Rivoluzione francese e una cert'altra chiamata Prima guerra mondiale sono cose che senza dubbio sono esistite, e dunque lo crediamo anche noi, senza rifletterci troppo su, come non riflettiamo sul fatto che ciascuno degli oggetti della vita domestica che ci circonda ha una sua precisa classificazione nell'ordine che struttura le nostre case, e che però quest'ordine è fittizio, arbitrario, una costruzione culturale: così immagino che nelle vostre case, come nella mia, i coltelli siano disposti tutti insieme in un cassetto e che si trovino a poca distanza dalle forchette e dai cucchiari e dai cucchiaini... se però avete delle posate d'argento esse saranno state collocate in un cassetto diverso da quello in cui riponete le posate in acciaio, e forse al di sotto del cassetto che contiene le posate in acciaio ve ne sarà un altro in cui avrete disposto la mezzaluna, oppure dei mestoli di legno, e forse ancora avrete radunato tutti i bicchieri, i boccali e i calici in un'apposita scansia, e ancora in un'altra scansia avrete riposto il necessario per la colazione, i biscotti, il caffè, la macchinetta per il caffè, lo zucchero, e forse ancora avrete posto la spazzatura nello spazio che rimane libero sotto l'acquaio e qui anche si troverà un insieme disparato di detersivi per la cucina e per i pavimenti, e un paio di guanti di gomma ecc. ecc. Naturalmente da casa a casa si troveranno differenze di dettaglio, magari anche distinzioni rilevanti, eppure credo sia fatto evidente a chi abbia avuto modo di cambiare casa qualche volta che esiste un ordine, una logica della ripartizione degli utensili domestici, che si ripete di casa in casa almeno in forma generale, nelle sue linee di fondo. E le nostre vite sono piene di questi

ordini che si ripetono, che conosciamo fin dall'infanzia, su cui non ci soffermiamo quasi mai a pensare, e che eppure sono completamente arbitrari, potrebbero essere completamente diversi, costituiscono una cristallizzazione di un'evoluzione storica che si è sviluppata in tempi rispetto a noi, in fondo, piuttosto recenti, e che tuttavia ci siamo dimenticati, perdendo al contempo il senso dell'arbitrarietà e della storicità dell'ordine in cui siamo immersi. Ecco, agli eventi storici, ai fatti storici con cui siamo abituati a porre ordine del gran campo della storia potrebbe accadere qualcosa di simile a quanto avviene quotidianamente nella nostra vita di tutti i giorni, nelle nostre stesse case; potremmo, voglio dire, essere immersi in una forma di classificazione, di organizzazione del reale, tanto arbitraria, tanto artefatta, quanto pregnante e introiettata e della cui realtà e ontologia tuttavia non dubitiamo affatto, almeno fino a quando non la si illumina con il ragionamento. La consistenza ontologica della Prima guerra mondiale o della Rivoluzione francese potrebbe allora essere altrettanto debole di quella che vuole che le forchette siano collocate nello stesso cassetto in cui si trovano i coltelli e i cucchiaini. Potrebbe essere solo un modo come un altro di organizzare certi oggetti storici più piccoli in unità più grandi e maneggevoli; un ordinamento che certo è comodo e necessario, perché ci permette di non dover ogni volta imparare da zero dove si trovano gli oggetti della casa, se si cambia casa, o se si è ospiti, ma comunque arbitrario. Ciò su cui mi preme insistere è sul fatto che questa possibile arbitrarietà dei grandi eventi storici così come essi ci sono stati insegnati e trasmessi nelle scuole è in effetti confermata proprio dal lavoro di ricostruzione degli storici.

Un libro in Italia molto celebre come *Il secolo breve* di Eric Hobsbawm, sul lungo XX secolo, si apre proprio con una sorta di ricombinazione, uno sconvolgimento dell'ordine tradizionale in cui gli eventi di questo secolo sono stati tradizionalmente ordinati. Nella ricostruzione di questo storico non esistono né la prima, né la seconda guerra mondiale, esiste un unico evento dotato di continuità, una Prima-Seconda guerra mondiale. Si tratta di una generalizzazione ancora più estrema di quella conosciuta dalla storiografia precedente che distingueva fra loro questi due macro-eventi storici con i nomi di Prima e di Seconda guerra mondiale (sebbene qualcosa nel loro stesso nome suggerisse l'idea, attraverso il loro ordinamento intendo, di una connessione latente, carsica). Le motivazioni e le ragioni addotte da Hobsbawm per giustificare questa nuova classificazione degli eventi del Novecento sono assolutamente affascinanti, così come lo sono le motivazioni e le ragioni addotte per spiegare come il Novecento non cominci nel 1900, ma prima e di come il Novecento finisca non nel 1999, ma un poco prima, nel 1992 su per giù con lo sgretolarsi dell'Unione Sovietica e il fallimento del progetto nato con la Rivoluzione d'Ottobre (che poi è stata a novembre a verifica ulteriore di come le cronologie siano davvero questioni complicate). Tutto ciò è affascinante, tutto ciò è inoltre ragionato e giustificato, però manca di un metodo di prova. Una cosa è infatti l'affermare un'ipotesi, argomentarla e

giustificarla, e una cosa è dare prova di tutto questo. Senza un metodo di prova ciò che può infatti avvenire è che qualcuno dica ad un tratto, ed in effetti è ciò che realmente capita: tutto ciò è personale opinione del Sig. Hobsbawm che è certo un rispettabile storico, ma io la penso in modo radicalmente diverso, perché a me piace pensare che il Novecento inizi il primo di gennaio 1900 e finisca il 31 dicembre 1999 e che se c'è stata una Seconda guerra mondiale è perché ve n'è stata una Prima, e mi piace pensare che questi due eventi, certo legati fra loro, sono due cose diverse.

Insomma, come si fa a stabilire una volta per tutte se la Prima guerra mondiale sia distinta dalla Seconda guerra mondiale, o se al contrario esista solamente una Prima-Seconda guerra mondiale. Non si può! risponderanno, ne sono convinto, i più. La storia non è come le discipline matematiche o scientifiche dove le cose si provano, si sperimentano, si verificano, si falsificano ecc. ecc. Si dirà che le discipline storiche sono fatte a loro modo, e che in esse gioca un ruolo fondamentale l'interpretazione dei fatti storici, e che la storia è un'arte, e che ogni epoca produce una sua codificazione storica delle epoche che l'hanno preceduta... come per le forchette, i coltelli e i bicchieri allora: tutto arbitrario, ma di un'arbitrarietà nascosta, taciuta, colata nell'orecchio durante il sonno come un succo di mandragola, in modo tale che quest'arbitrarietà cristallizzi e sembri alla fine vera: realtà e ontologia. Interpretare significa dunque mancanza di metodi, di prove, di esperimenti? o non esistono anche dei metodi per interpretare, dei metodi che ci dicano, questa interpretazione è coerente con i nostri dati, con ciò che sappiamo, e quest'altra no? Questi metodi sono però in qualche misura, si consenta l'espressione, difettosi, perché pur limitando il campo di tutte le possibili interpretazioni, tuttavia non le limitano a sufficienza cosicché uno storico si troverà d'accordo nel dire che effettivamente ogni epoca produce una sua storiografia e una propria visione del passato e che queste storiografie possono anche trovarsi fra loro in contraddizione, così come si trova in contraddizione la visione che distingue una Prima guerra mondiale da una seconda e quella che al contrario unisce questi due eventi nell'unico Prima-Seconda guerra mondiale, ma contrasterà vivacemente la posizione che vuole che in storiografia ogni ricostruzione è ammessa e valida. Tuttavia è proprio in quest'interstizio che colpisce la critica pirronistica: perché, se in effetti i nostri metodi lasciano aperto un infinito campo di interpretazioni storiche valide, se in fondo è per noi uguale se uno storico metta insieme la Prima con la Seconda guerra mondiale, e invece un altro le distingua, e per giustificare quella che in effetti sembra una contraddizione diciamo semplicemente: è questione di interpretazione... beh! in questo contesto acquista forza, non lo si può negare, una critica che semplicemente generalizzi indebitamente questo stato di cose e che dica semplicemente che tutto sia davvero uguale, che davvero tutto è sempre giusto, che davvero tutto è sempre valido, che davvero tutto è sempre questione di interpretazione, perché in fondo la storia è materia d'invenzione e non di ricerca, genere letterario e non analisi

scientifico del passato. Tutto questo avviene, lo si vede bene, perché non si è avuta la determinazione di sviluppare dei metodi d'interpretazione migliori, più severi, e più generali di quelli attualmente in uso; dei metodi che ci permettano di dire se la Prima guerra mondiale esista e se debba essere considerata una parte di un evento maggiore che chiamiamo Prima-Seconda guerra mondiale.

Gli stessi problemi si ripetono sull'altro macro-evento che ho spesso citato, la Rivoluzione francese, e che però ho lasciato un poco in ombra rispetto all'altro, dato dalla Prima guerra mondiale. Il fatto è che in questo caso la storiografia è divenuta un poco più consapevole dei problemi di analisi di cui sto raccontando: Furet, nel suo *Pensare la Rivoluzione francese*, pone al centro dell'intera storiografia contemporanea su questo evento il problema dell'interpretazione. Esiste dunque un evento unico che conduce dalla riunione degli Stati generali fino all'Impero e a Napoleone? La questione della classificazione e della riunione degli eventi più semplici nell'evento più generale, nel macro-evento, ha qui delle implicazioni ideologiche importanti. La verticizzazione istituzionale prodotta dal moto rivoluzionario che condurrà alla costruzione dell'Impero dà infatti credito alle interpretazioni continuiste, a quelle interpretazioni che, a partire da Tocqueville, vedono nella Rivoluzione francese una fase nel processo di costruzione di uno stato fortemente verticizzato e di cui l'assolutismo, Luigi XIV per capirsi, era stato una fase precedente, un altro momento dello stesso processo.

È evidente allora come un'interpretazione che finisca per montare i pezzi del puzzle in modo tale che poi alla fine nel quadro Luigi XIV, gli Stati generali, Robespierre, e Napoleone sono tutti insieme e tutti rivolti allo stesso obiettivo può far storcere il naso a chi invece ami sottolineare il carattere di discontinuità e di rottura di questo moto rivoluzionario; perché in fondo la Rivoluzione francese sono anche le teste dei nobili e di Luigi XVI che cascano nel cesto, è anche la dichiarazione dei diritti dell'uomo, è anche la Repubblica Giacobina... e accade che tutto ciò sia divenuto, ad un secolo di distanza, un fatto costitutivo di ciò che verrà chiamata, proprio per sottolinearne le radici storiche, Terza Repubblica, e accade anche che la Quinta repubblica, la repubblica attuale, trovi le sue radici nella terza e per tramite di questa nelle teste che cadono nelle ceste della Rivoluzione francese. Negare allora che la rivoluzione francese porti dagli Stati generali a Napoleone, aggregare e classificare in modo diverso gli eventi diventa il modo per sottolineare e rafforzare il carattere di rottura con il passato rappresentato dagli eventi rivoluzionari, per dare maggior enfasi a quelli che sono oggi considerati dai Francesi caratteri indelebili del proprio stato e della propria nazione, dell'essere Francesi, insomma. Allora chi ha ragione? questione d'interpretazione...

Il fatto è che in realtà questo termine di interpretare può essere usato in



accezioni molto diverse. Il fatto è che qui il termine di interpretare viene utilizzato per giustificare l'esistenza di mitografie opposte e in guerra fra loro. Chi vede nella Rivoluzione francese una rottura rispetto al passato tenderà, per esempio, a collocare l'inizio della Francia nelle popolazioni celtiche che abitavano le attuali Normandia e Bretagna (in Asterix, Obelix e Idefix, insomma) prima dell'arrivo dei Romani e dei Franchi. Chi invece inclina verso le tesi continuiste tenderà a vedere nei Franchi i proto-francesi, perché in effetti da loro verranno le prime dinastie regnanti, il primo sistema feudale, e sulla loro dinastia si inseriranno poi i Capetingi e poi i Borbone ecc. ecc. La storia diviene il campo di battaglia sul modo in cui si debba intendere la propria nazione, il proprio stato e l'essere Francesi.

La storia diventa anche il campo di battaglia fra gruppi sociali differenti, fra ciò che molto più tardi verranno chiamati borghesi, oppure aristocratici. In questo senso la storia diviene mitografia, e in questo senso diverse classificazioni degli eventi, diverse scansioni storiche, diventano il modo di condurre delle battaglie ideali nel tempo presente. Qui interpretare significa creare dei fatti, classificarli, categorizzarli, inanellarli fra loro in modo tale che essi vengano a dire ciò che si vuole che essi dicano: che l'accentramento statale francese è bene, oppure viceversa, che tale accentramento è male, che la laicità dello stato è bene, oppure che di tale laicità si è fatta oggi una nuova religione, che i borghesi sono bene, oppure che è la società aristocratica ad essere bene, che bene è la sinistra, e la destra è male, o anche, naturalmente, il viceversa.

La costruzione di mitografie è un fatto essenziale, connaturato direi, al fare storia; della storia antica come di quella presente. Attraverso i fatti del passato, attraverso la ricostruzione arbitraria degli eventi, dei fatti storici, dei processi, delle cronologie si creano dei miti che poi entrano nelle teste e nei cuori delle persone che leggono e apprendono quei miti; in questo senso la storia che diventa mitografia acquisisce un potere reale, una dimensione reale perché diventa azione negli individui che accolgono quelle mitografie, come accade per le religioni.

Grandi e importanti eventi storici si fondano interamente sulla preesistente fondazione di tali mitografie: l'Unificazione nazionale italiana nasce, e le ricerche a questo proposito di A. M. Banti sono illuminanti, da una produzione mitografica storico-letteraria; sono letterati e storici che inventano quel fantasma che poi diverrà azione reale in Garibaldi, nei Mille, in Mazzini, in D'Azeglio, in Cavour. Le mitografie subiscono improvvisamente e sorprendentemente questa trasformazione da materia pensata e immateriale, in materia che agisce e si realizza; le mitografie hanno la capacità di compiere il salto dall'ideale al reale, di diventare da storia finta e inventata per il passato, storia vera che si realizza nel presente. Quante sono le mitografie che compiono questo genere di trasformazione! Si pensi al mito delle razze, che poi diviene mito della razza ariana, a come questa mitografia abbia covato, e si sia sviluppata per l'intero Ottocento fra intellettuali fra loro

diversissimi, linguisti, naturalisti, letterati, filosofi, e poi sia esplosa nel '900. Si pensi al mito delle classi sociali, all'esistenza dei borghesi, ad esempio: Guizot scrisse una storia della borghesia francese che dall'epoca comunale arriva fino alla Rivoluzione francese, ed è evidente come tale ricostruzione, l'attenzione che egli pone nelle trasformazioni morali e intellettuali degli appartenenti a questo gruppo, divengano poi il modo per costruire un tale gruppo, per strutturarlo, per dargli coscienza di sé e fierezza, nel suo mondo, nella sua epoca.

Vediamo oggi, nel tempo presente ancora gli scontri fra queste mitografie all'opera nel processo di costruzione dell'Europa: dove sono le origini dell'Europa? L'Europa affonda le sue radici nella religione cattolica romana? È essa una derivazione del pensiero e della filosofia greca? È essa la culla del pensiero scientifico? È stato il Rinascimento a unificare l'Europa? Sono i Lumi che hanno fatto dell'Europa quella che essa è oggi? Ed è evidente come dietro ciascuna di queste premesse, di queste questioni sulle origini, vi siano delle questioni attuali che riguardano i confini e i limiti delle religioni all'interno dello stato laico, il modo in cui debba essere intesa questa laicità, i confini naturali dell'Europa, e se paesi di religione islamica possano essere considerati europei, o se debbano o non debbano essere accolti in questa unità politica, qualora lo richiedano; se la Turchia possa fare il suo ingresso in Europa oppure no ecc. ecc. E queste mitografie servono a costruire argomentazioni del tipo: "la Turchia non può fare il suo ingresso in Europa, perché i Turchi Ottomani e le nazioni cristiane hanno passato una parte rilevante della loro storia a darsi botte da orbi", che è argomentazione priva di ogni valore logico, eppure diventa azione, diventa materia reale, nel momento in cui una popolazione si convinca che questa è la storia, che così sono andati i fatti, e che cristianesimo e islam sono civiltà e religioni fra loro opposte e inconciliabili. Apprendere a criticare i fatti, apprendere che essi sono meno scontati di ciò che appare, che forse non esistono né la Rivoluzione francese, né la Prima guerra mondiale, è un modo, come si vede, per apprendere ad essere prudenti e tolleranti.

Il motivo per cui i metodi della ricostruzione storica rimangono a metà strada nel loro compito di stabilire se una data interpretazione sia corretta o sbagliata trova probabilmente la sua ragion d'essere nel fatto che se effettivamente tali metodi fossero completi, sicuri, largamente condivisi, allora questo genere di mitografie risulterebbe irrealizzabile, lo spazio lasciato alla libera interpretazione dei fatti tanto limitato che l'operazione di invenzione e di ipostatizzazione ne risulterebbe espulsa.

Fino adesso si è discusso di fatti storici, di pulviscoli, di classificazioni, categorizzazioni, e di come tutte queste operazioni siano sostanzialmente libere per lo storico e che da tale libertà derivi una parte importante dei problemi rilevati in tempi recenti in questa disciplina. Perché se in effetti mancano metodi generali per stabilire quali interpretazioni sono corrette e

quali no, allora la storia è materia d'invenzione, un'altra forma di letteratura, un genere letterario da mettere accanto ai gialli e ai romanzi rosa. Tuttavia la storia non è fatta solo di fatti, categorizzazioni, classificazioni e via discorrendo; non ci sono solo la Rivoluzione francese, la Prima guerra mondiale, la rivoluzione d'ottobre, eventi isolati come scogli in mezzo al mare. La ricostruzione storica pone fra questi diversi eventi delle connessioni, delle connessioni causali; si afferma ad esempio che causa della Prima guerra mondiale fu l'assassinio a Sarajevo di Francesco Ferdinando, oppure, se si ha un più ampio orizzonte: la politica delle alleanze, la politica di riarmo e di potenza, il nazionalismo inculcato dalle scuole degli stati nazionali ecc. ecc. E poi ci sono gli effetti naturalmente; effetti della Prima guerra mondiale furono l'occupazione della Ruhr, la disgregazione dell'Impero Ottomano, di quello Absburgico, la Seconda guerra mondiale, la Rivoluzione d'ottobre, la Repubblica di Weimar ecc. ecc. Quante cause e quanti effetti dunque da controllare e da verificare, e non sappiamo neppure se questi eventi esistano. Il problema diviene in questo caso ancora più complesso che nel caso precedente, quando ad essere in questione era solo la costruzione degli eventi storici, perché non solo sono incerti gli eventi storici, o meglio, i costrutti storici, ma lo sono anche le connessioni fra questi costrutti. Incertezza dunque nella costruzione degli eventi, incertezza nel modo di interrelarli fra loro.

Esistono due modi, mi sembra, per poter giungere alla conclusione che questa faccenda di porre i fatti in connessione causale fra loro risulti arbitraria. Il primo modo è meno raffinato e consiste nell'affermare che non esiste nessuno strumento che consenta di stabilire se sia esistita una connessione, poniamo, fra l'andamento del ciclo economico e lo scatenarsi della Rivoluzione francese, non esiste nessuna bilancia, o spettroscopio che possa fornire una risposta univoca a questa domanda. Il ciclo economico era certamente sfavorevole, una crisi legata all'andamento di lungo periodo dell'economia francese potrà certamente aver sommato i suoi effetti ad una crisi di breve periodo, e tale fenomeno avrà certamente avuto un suo ruolo nella riunione degli Stati generali e nel successivo corso degli eventi, e tuttavia quando si ponga fra tali eventi un nesso causale si compie un salto d'astrazione che non appare giustificabile, perché si pone un vincolo di necessità fra due eventi senza che vi sia alcun metodo che ci permetta di stabilire che le cose sarebbero potute andare altrimenti. Non esiste alcuna cornice metodologica che ci permetta di porre delle limitazioni e dei freni alla nostra astrazione, e dunque ogni nesso causale diventa allora possibile, e si riaffaccia quella libertà assoluta nel fare storia che è esattamente il punto in cui colpisce con maggiore vigore la critica pirronistica. Ma vi è, come si è detto, una seconda ragione per giudicare arbitrario il lavoro di interrelazione causale fra gli eventi storici: il fatto è che gli strumenti concettuali impiegati nella costruzione di tali nessi sono gli stessi utilizzati nella nostra vita quotidiana. È il nostro linguaggio che si ordina in costruzioni causali

e in costruzioni finali, sono i romanzi che abbiamo letto che pongono fra i loro personaggi, e fra gli eventi trattati, dei nessi di questo tipo, cosicché Giulietta si uccide perché crede Romeo morto; l'una cosa è conseguenza dell'altra, ed è Shakespeare a stabilirlo. Nella storia non esiste tuttavia nessun autore, nessun demiurgo, nessuno Shakespeare, nessuna trama, nessun canone. Quando utilizziamo senza critica gli strumenti che ci vengono dal nostro linguaggio, che applichiamo alla descrizione e alla comprensione della nostra vita quotidiana, che troviamo poi applicati nei romanzi, nelle opere di costruzione fantastica, quando applichiamo tale strumentazione acritica, dicevo, alla storia si compie un'operazione indebita, perché non sappiamo se questa cosa che chiamiamo storia è disposta a lasciarsi descrivere in questi termini, non sappiamo se eventi come la Rivoluzione francese, ammesso che esistano, possano essere descritti con lo stesso tipo di strumentazione logica attraverso cui si tratta della storia d'amore fra Romeo e Giulietta.

È merito del formalismo russo, all'inizio del '900, la scoperta di una struttura intima del racconto, del lavoro letterario: un racconto, dirà Victor Sklovskij, avrà una sua premessa e una sua conclusione; un racconto senza conclusione non è un racconto, l'averne una conclusione è un elemento imprescindibile per un racconto, è di più, è un'esigenza logica profonda; provate a raccontare una storia ad un bambino e a eliminarne la fine per sperimentare questo fatto elementare. La storia però non ha inizio e non ha fine. Generi letterari particolari, come nelle fiabe russe studiate da Vladimir Propp, hanno sviluppi e scansioni loro proprie, la cui violazione è sentita come un'aberrazione, è sentito come qualcosa di mostruoso. Una fata dai capelli turchini, come quella di Pinocchio, è qualcosa di incomprensibile per il mondo slavo, qualcosa che terrorizza i bambini, perché le fate, è noto, hanno i capelli biondi. Ecco perché in alcune traduzioni di Pinocchio per il mondo slavo la fata dai capelli turchini diventa di colpo bionda. Sviluppi e scansioni, regole e norme come quelle individuate dai formalisti russi nei racconti e nelle fiabe russe sono presenti, è evidente, anche nella narrazione storiografica e su questo punto agisce, ad esempio, la critica di Roland Barthes al discorso storico. È evidente che le motivazioni addotte da Machiavelli e da Guicciardini per giustificare dati nessi storici non sono dello stesso tipo di quelle utilizzate da Michelet o da Fustel de Coulanges, o da Marc Bloch. Il modo in cui Gregorio di Tours o Bede il venerabile, o Paolo Diacono inanellano i fatti storici fra loro e costruiscono le loro trame storiche ci appaiono, molto spesso, aberranti, pazzesche, come una fata dai capelli turchini per i bambini slavi. Il fatto è dunque che i criteri attraverso cui si giustificano e si rendono plausibili dati nessi causali, cambia da epoca ad epoca, e un nesso causale stabilito fra un dato fatto e un dato altro appare ragionevole se si è all'interno di un dato codice, appare pazzesco se si è in possesso di un codice diverso: il modo in cui stabiliamo i nessi causali fra eventi storici dipende da un codice e questo codice non ha nulla di oggettivo, è una costruzione culturale. Da questo punto di vista mi sembra che la critica di Barthes colga nel segno:

la storia è una forma particolare di retorica in cui i personaggi e i fatti vengono fra loro inanellati secondo un dato codice, esattamente come avviene per la fiaba russa o per il romanzo europeo ottocentesco, o per i poemi cavallereschi. La specifica forma di retorica della storia vuole allora che ci si impolveri negli archivi, che vi si leggano i documenti e che li si citi nelle proprie opere di ricostruzione, riportandone naturalmente con precisione a piè di pagina l'esatta collocazione archivistica; ed è più bravo storico quello che più si approssima, magari innovandoli un poco, ai dettami del particolare codice che si sta seguendo. Non è più la realtà storica che si vuole approssimare, ma l'adeguatezza ad un canone. Le critiche che si stanno riferendo colpiscono dunque simultaneamente sia la materia del discorso storico, i suoi personaggi, i suoi eventi, i suoi fatti, sia il modo in cui tali eventi vengono connessi fra loro, interrelati, posti in ordinate catene causali. In entrambe queste operazioni, nella costruzione dei macrofatti a partire dal pulviscolo storico, e nella coordinazione dei macrofatti in reti causali è sempre all'opera un codice e questo codice costruisce una mitografia e tale mitografia vuole operare nel reale, penetrare nella mente degli individui e in questo modo farsi azione reale, farsi rivoluzione, guerra, lotta d'indipendenza, movimento politico, reazione. La storia in quanto processo reale non esiste dunque più, esistono delle mitografie inventate dagli uomini per loro segrete necessità, e per alcuni storici il lavoro dello storico diventa oggi quello di decostruire queste mitografie, mostrarne l'inganno e l'artificio, lo storico diventa così un meccanico specializzato nello smontare le mitografie, qualcuno costruisce un congegno e lo storico lo smonta; degli storici pirronistici, dunque, *contradictio in obiecto*.

## 2 Processi storici ideali

Molte delle critiche al discorso storico che si sono individuate nel paragrafo precedente possono essere ricondotte, sembra, ad un'unica questione: quella della definizione dei processi storici. Se possedessimo una chiara nozione di cosa sia, e di cosa non sia, un processo storico, allora avremmo in mano uno strumento potente per poter affermare: questo insieme di macro-fenomeni che ho ricostruito su base più o meno arbitraria forma in effetti un processo storico e dunque ciò dà ragione, a posteriori, del tipo di ricostruzione proposta. Allo stesso tempo si potrebbe ugualmente affermare: quest'altro insieme di macro-fenomeni non forma un processo storico e dunque, sempre a posteriori, la ricostruzione proposta risulta inconsistente e dunque dovrà essere respinta. Il problema si è che una tale definizione di processo storico non esiste, o almeno, non ha ancora raggiunto un sufficiente grado di astrazione e di formalizzazione da consentire di giustificare a posteriori l'insieme degli oggetti storici su cui si lavora. In realtà definizioni generali di cosa sia, a priori, un processo storico, che consentano cioè di giustificare non la storic-

ità di questo o di quel processo, ma la stessa storicità in generale, esistono; non solo esistono tali definizioni, ma, come si vedrà in questo paragrafo, in generale, esiste una forte coincidenza di vedute su cosa debba considerarsi un processo storico, e di quali ne siano i caratteri fondamentali. Il problema di questo tipo definizioni è che esse risultano ancora troppo poco formalizzate perché possano essere impiegate nel lavoro effettivo ed empirico di ricerca. Sono definizioni che si pongono, a mio modo di vedere, sulla giusta via, ma dalle quali non è scaturito ancora tutto lo sciame di conseguenze che le rendono effettivamente applicabili al lavoro di ricostruzione storica. La singolarità di tali definizioni è quella di condurre la storia sul sentiero che porta alla matematica; molte delle definizioni che si vedranno, contengono in nuce, per chi sappia scorgerli, elementi di matematica; sono una sorta di matematica della storia che nasce all'interno della storia per gemmazione spontanea. Tentare di far evolvere questi elementi sparsi in una sorta di teoria matematica dei processi storici è il tentativo che si compirà nel presente lavoro, cercando di applicarne poi i risultati all'analisi di un insieme di oggetti storici reali.

## 2.1 Processi evolutivi e processi ciclici

Una delle più antiche ed importanti trasformazioni prodottesi nel modo di fare storia è, secondo alcuni autori, quella che segna il passaggio da una visione ciclica della storia, ad una invece unidirezionale, evolutiva, teleologica a volte. Uno storico come Polibio concepisce l'evoluzione delle civiltà di quella greca e di quella romana, come una successione di fasi: di nascita, di sviluppo, di ripiegamento e di decadenza. Nessuna civiltà è eterna, ci dice Polibio, anche la civiltà romana il cui sviluppo è talmente ampio, che getta la sua rete di controllo su un territorio talmente vasto, che ha un sistema di potere talmente perfetto perché raduna in sé simultaneamente, e fa collaborare tra loro, i tre elementi della democrazia, dell'aristocrazia e della tirannide è destinata a declinare e a disfarsi perché questa è la sorte di ogni costruzione umana e di ogni civiltà. E in effetti accadde che la civiltà romana, dopo aver occupato tutto il Mediterraneo, si disfacesse e che dalla sua dissoluzione nascessero altre civiltà legate alla civiltà progenitrice eppure da questa diverse e separate. L'intero mondo antico sembra essere legato a questa visione ciclica, e in fondo drammatica, delle cose umane, come se queste avessero lo stesso andamento ciclico delle stagioni dell'anno, o del sole o della luna. Ed è certamente un fatto questo che possiamo trovare nel nostro passato: i comuni italiani, il Sacro romano impero, la Spagna, la Francia, L'Olanda, L'Inghilterra, gli Stati Uniti, ciascuna di queste unità ha avuto un momento di splendore abbagliante che però è velocemente passato. Opposta a questa forma di visione è invece quella che inserisce la storia in un solco unidirezionale che conduce da alpha ad omega. È una visione questa originale della tradizione giudaico-cristiana, del mito della redenzione, del

giudizio universale. L'intero corso storico è diretto verso un giorno in cui i morti risorgeranno dalle loro tombe così come Gesù aveva fatto prima di loro e l'umanità intera sarà giudicata per le proprie colpe e per i propri meriti. L'intero corso storico del genere umano diviene in questa visione una prova diretta ad un fine. La storia evolve verso un fine. Tale visione originaria subirà a propria volta, come è noto, un insieme di variazioni, di trasformazioni, la più rilevante delle quali è quella di portare alla concezione di un'evoluzione storica senza un fine. L'Ottocento sarà il regno di una tale visione storica: la linguistica diacronica, la biologia evolutiva, la filologia porteranno attraverso percorsi differenti ad una concezione evolutiva della storia in cui ogni finalità è stata rimossa. Le specie, le lingue, i testi, le culture sono tutti oggetti che evolvono sotto l'azione del caos, di variazioni accidentali, di aberrazioni erratiche e di meccanismi, aleatori anch'essi, che tali variazioni e tali aberrazioni conservano e selezionano. L'evoluzione in questo tipo di contesto è data dal fatto che stabilito arbitrariamente un punto nell'asse unidirezionale del tempo si osserveranno i diversi oggetti storici di cui si è detto allontanarsi dallo stato in cui si trovavano in quel dato istante cominciando a sviluppare al proprio interno un insieme di variazioni e diversificazioni e diramazioni rispetto allo stato assunto come originale. Così i procarioti hanno subito un'evoluzione che li ha portati a diramare nel regno animale oggi conosciuto, dal latino sono gemmate le lingue romanze, dall'indeuropeo le lingue ideuropee, dai manoscritti latini conservati nei monasteri benedettini le vulgate rinascimentali.

Ritroviamo oggi, nel nostro mondo, entrambe queste due visioni della storia applicate spesso simultaneamente. Nell'opera di Eric Hobsbawm sulle società europee dell'Ottocento il confine fra Antico regime ed epoca contemporanea è segnato dal passaggio, dal punto di vista sociale, da un tipo di società orientate alla conservazione di sé, delle proprie caratteristiche, della propria struttura, a società che pongono al loro interno una necessità evolutiva, una tensione al progressivo cambiamento. È ancora una volta lo stesso tipo di modulo astratto, applicato però ad un differente oggetto, al passaggio dall'antico regime all'epoca contemporanea, ancora una volta la stessa contrapposizione fra ciò che è periodico, ciò che torna perpetuamente su se stesso, e ciò che invece si trasforma continuamente, ciò che non torna mai indietro, che specia, che gemma, che dirama e si fa altro da sé.

Lo stesso modulo troviamo alla base dello struttural-funzionalismo britannico, alla base della scuola di Radcliffe-Brown, e forse per questa via tale modulo interpretativo si inserisce nella ricostruzione storica di Hobsbawm. In tale contesto la distinzione fra ciò che è ciclico e ciò che invece evolve si applica alla distinzione fra società arcaiche, le società degli aborigeni australiani, delle popolazioni dei Nuer, degli Ashanti ecc. che formano dei sistemi atemporalmente, che possono essere scomposte in parti, funzioni, strutture, elementi, e quindi possono essere ricomposte al pari di un meccanismo, e le società complesse, le società perturbate dal cambiamento storico che inserisce nel-

la meccanica di questi congegni delle variazioni, dei difetti, delle evoluzioni appunto. L'analisi sociale, in questa interpretazione, riguarda allora la possibilità di poter individuare il sistema, di individuare il congegno, facendo astrazione e trascurando l'azione del tempo e delle perturbazioni storiche. È la parte periodica del meccanismo ciò che interessa isolare, fissare, al di fuori del tempo, la storia si realizza come aberrazione estemporanea e, in fondo, irrilevante, rispetto a questo scopo di base.

Lo stesso modulo si può individuare ancora nella distinzione fra strutture elementari e strutture complesse nel lavoro di Lévi-Strauss. Ancora una volta un mondo di regolarità geometriche e ripetitive osservate nel mondo delle società arcaiche australiane o sudamericane viene opposto ad un mondo in impetuosa evoluzione, quello delle società complesse, le nostre società in cui la parte geometrica e periodica resta, ma viene come annebbiata dal disordine della storia e dimenticata.

Ancora la stessa visione, naturalmente trasformata e rivista per adattarsi al nuovo contesto, viene proposta da Karl Marx nell'opposizione che egli pone tra le civiltà del passato europeo, il cui sviluppo e la cui evoluzione sono poste nella lotta di classe, nelle contraddizioni che da latenti si fanno evidenti e poi esplodono, e le civiltà cosiddette idrauliche, le civiltà mesopotamiche, quella egiziana, quella cinese, volte al controllo delle acque e per tramite di esse dell'intero corpo sociale che diviene storicamente immobile, privo d'evoluzione e privo di tempo; civiltà periodiche, appunto, come clessidre ad acqua.

Michel Foucault ha molto acutamente sentito l'esistenza di questa doppia interpretazione dei processi storici, l'opposizione fra ciò che è periodico e ciò che non lo è. Al centro della sua Archeologia del sapere è la critica alla possibilità di poter individuare nella storia processi di questo tipo, di poter ricostruire un'evoluzione, del poter individuare un sistema, del poter isolare dal contesto ciò che è periodico da ciò che non lo è. Nella sua visione ogni evoluzione, ogni sistema è strumento attraverso cui si inventa una società o un processo storico, per finalità che riconduco il più delle volte ad una questione di potere: perché se la possibilità di poter individuare una data evoluzione è fornita a sua volta dalla possibilità di poter confrontare la struttura di un dato oggetto storico in momenti diversi, allora, proprio per il fatto che tale oggetto ha subito una trasformazione, esso è venuto modificando questa sua struttura interna, e dunque ciò che continuamente abbiamo non è evoluzione, ma discontinuità. Ogni volta che si creda di rintracciare un'evoluzione, un progresso, uno sviluppo unidirezionale, in realtà stiamo giustapponendo arbitrariamente, e in modo indebito, fasi, epoche, momenti che sono inconciliabili fra loro, che formano una serie discontinua. La storia procede per salti discontinui dunque, la storia è storia di continue catastrofi, proprio perché la variazione di un solo elemento in una data struttura, produce un cambiamento nell'intera struttura trasformando dunque quella struttura in qualcosa di completamente altro da sé, formando dunque una



discontinuità storica. In tale modo la riflessione di Michel Foucault introduce nel panorama che stiamo osservando una terza componente, l'elemento delle discontinuità storiche. Negli ultimi anni del XVIII secolo, ci spiega allora Foucault, nell'insieme della struttura della cultura dell'epoca si forma un insieme di variazioni, di aberrazioni che faranno in modo che la cultura europea dell'Ottocento divenga qualcosa di radicalmente altro rispetto a quanto vi era prima: l'epoca del giusnaturalismo Settecentesco diviene inconciliabile e incomprensibile per il mondo dello storicismo Ottocentesco. Molte delle discipline che entrano in questo cambiamento, dalla tassonomia biologica, all'economia politica, alla linguistica, alla storia naturalmente conservano le stesse etichette, conservano i loro nomi, ma si fanno, nel passaggio attraverso questo scorcio di secolo, completamente altre nelle forme intime del loro modo di ragionare, nella struttura intima del loro pensiero, rispetto a quanto vi era prima. Gli ultimi anni del XVIII costituiscono dunque uno di questi momenti di discontinuità. È la storiografia successiva che tenderà poi a celare, a nascondere questo punto di discontinuità cercando di mostrare a posteriori come gli elementi che si sono affermati nell'Ottocento, i germi dello storicismo, erano già in nuce nel giusnaturalismo. Perché in fondo la continuità storica è un fatto confortante, è un fatto che ci mette in relazione diretta con generazioni d'uomini passati, con culture passate, senza l'angosciosa necessità di dover problematizzare questo recupero del passato.

Cinque concetti ricorrenti dunque in storiografia e strettamente interrelati fra loro: quello di processo, di processo periodico, quello di evoluzione, quelli ancora di continuità e discontinuità di un processo. Sono questi i concetti dai quali si vuole iniziare il lavoro di formalizzazione dei processi storici e attraverso cui si intende cercare di ridurre l'effetto delle critiche esposte nel precedente paragrafo al modo di fare storia e di ricostruire gli eventi. La logica che si proporrà consiste in una sorta di capovolgimento di ciò che io credo opinione comune nel mondo degli studi storici: qui si crede che la ricostruzione e l'individuazione degli eventi sia la premessa al lavoro propriamente storico che consiste nell'organizzare tali eventi in trame causali complesse. Al contrario, e paradossalmente, ciò che si vorrà qui sostenere è che la ricostruzione della trama causale diviene il metodo per giustificare a posteriori l'esistenza delle categorizzazioni degli eventi storici. È il fatto che tali eventi categorizzati formino un processo identificato da un ristretto insieme di proprietà formali a permettere il controllo e la verifica della storicità e dell'esistenza, se si vuole dell'ontologia anche, degli eventi in questione.

## **2.2 Una colonna di soldati**

Il primo tentativo di formalizzazione astratta di un processo storico che si proporrà è tratto dal libro di introduzione alla storia di Marc Bloch noto sot-

to il titolo di *Apologia della storia*. Si tratta di un libro celeberrimo, scritto nel corso della Seconda guerra mondiale (se è esistita), nel fuoco della lotta partigiana, e concluso pochi mesi prima della fucilazione di questo grande storico nell'estate del '44. È un libro in difesa della storia e della possibilità del raggiungimento di una sua veridica ricostruzione. È un libro pacato e sorridente, socratico nel suo svolgimento; è un sereno insegnamento di cosa sia la storia che poggia sulla fiducia che la logica dell'argomentazione è qualcosa che infine prevale su ogni enfasi, su ogni retorica, su ogni violenza. Poiché si era in tempi di guerra l'esempio più limpido di processo storico portato da Marc Bloch è un esempio tratto dalla vita militare, è la descrizione di un episodio buffo di trasmissione di un segnale attraverso le fila di un gruppo di soldati:

Egli [lo storico] è come alla coda di una colonna in cui gli avvisi si trasmettano, partendo dalla testa, da una fila all'altra. Non è una posizione molto favorevole per venir informato con certezza. Non molto tempo fa, ho visto, durante un cambio notturno, trasmettere così lungo la fila, il grido: "Attenzione! buca a sinistra!" L'ultimo lo ricevette sotto la forma: "Andate a sinistra", fece un passo in quel senso e sprofondò.

Cerchiamo ora di rintracciare in questo esempio, in questo mito in senso platonico, gli elementi che formano un processo storico. Come si è detto l'esempio raffigura nulla di più della trasmissione di un segnale: qualcuno fra i soldati, durante il cambio notturno, avrà per primo emesso il segnale: "Attenzione buca a sinistra". Questo soldato sconosciuto viene dunque a configurarsi come la *fonte* prima del segnale. Dopo essere stato emesso il segnale acquisisce, per così dire, vita propria e comincia a propagarsi ripetuto di fila in fila; è facile ora scorgere nelle file dei soldati un simbolo che rappresenta le generazioni umane, e il processo viene così a identificare il processo di trasmissione di un segnale nel tempo, in senso verticale, da una generazione superiore, appunto, ad una inferiore. Le generazioni umane, le singole file di soldati diverse da quella che per prima aveva emesso il segnale, divengono in questo modo il *canale* attraverso cui il segnale si propaga nel tempo, invece che nello spazio. In questo processo di propagazione attraverso il tempo in cui consiste l'essenza intima della storicità e che dovremo in seguito cercare di chiarire in termini matematici, il segnale viene sottoposto, possiamo immaginare, ad un insieme di perturbazioni, alcune inconsapevoli e indesiderate, altre coscienti e volute, che fanno in modo che nel corso del tempo il segnale si modifichi, a volte in modo impercettibile, con gradualità e lentezza, altre volte, come nel caso rappresentato da Bloch, in modo improvviso e repentino, producendo d'un colpo qualcosa di completamente diverso, anzi, d'opposto, rispetto a quanto era in origine. Infine, al termine del processo troviamo un *destinatario* che accoglie il segnale o i segnali che

provengono dal capo della colonna e che portano con loro gli effetti del rumore e delle distorsioni subite dal segnale nel corso del suo tragitto compiuto fra gli uomini nel tempo.

Esiste un gioco infantile chiamato telefono senza fili in cui, disposti in circolo un certo numero di giocatori, si chiede ad uno di essi di pensare un segnale, una frase qualsiasi, una parola qualunque, e di comunicarla nell'orecchio al proprio vicino in modo che nessun altro possa udirla. Al vicino che ha ricevuto la comunicazione originaria viene quindi chiesto di ripetere nell'orecchio del proprio vicino, e sempre in gran segreto, il messaggio ricevuto, e così di seguito fino a quando il segnale non sia tornato al punto d'origine, al giocatore che aveva dato inizio al gioco. Il gioco consiste allora nel confrontare il segnale originariamente emesso con quello ricevuto al termine della sua ripetizione di giocatore in giocatore. In generale si osserverà lo stesso tipo di fenomeno raccontato da Bloch; il segnale di partenza e quello finale si distingueranno fra loro. Il telefono senza fili permette anche di rintracciare dove si siano insinuate le distorsioni e dove siano comparse le differenti variazioni del segnale originario.

Entrambi questi fenomeni, a ben vedere, hanno un medesimo andamento: in entrambi i casi le variazioni si accumulano alle variazioni. Se un soldato  $a$  compie un errore esso verrà mantenuto dai soldati  $\{k, j, \dots, z\}$ . Se poi dopo di lui anche il soldato  $k$  commette un errore, i soldati  $j, \dots, z$  si troveranno a trasmettere entrambe le variazioni subite dal segnale. In questo senso si diceva che si ha accumulato di variazioni nel corso del tempo. Ciò che permette di formare questo progressivo accumulato di variazioni è il fatto che il segnale sta passando, ordinatamente, di fila in fila. Potremmo, in altri termini, immaginare che ad un certo momento il segnale si spenga, che una data fila di soldati, particolarmente pigra, o particolarmente sorda, una fila d'artiglieri per esempio, decida di non più trasmettere il segnale modificato: "Andate a sinistra". Supponiamo poi che ad un tratto un altro soldato, di una fila successiva a quella degli artiglieri ripeta quanto già era avvenuto prima: che individui la buca a sinistra e decida di avvisare di questo fatto la fila a lui successiva. Supponiamo infine che il segnale si propaghi questa volta, senza subire ulteriori modificazioni fino a raggiungere l'ultima fila della colonna. In questo caso, è evidente, non abbiamo avuto un accumulato di variazioni; una variazione in effetti si è avuta, ma poi il processo si è interrotto, e quindi è ripreso dall'origine. Si è formata dunque una discontinuità nel processo; non si tratta più di un unico processo, ma di due processi giustapposti.

Continuando in questo modo possiamo immaginare ancora che in realtà tutti i soldati della fila fossero muniti di radio e che il capo della fila abbia trasmesso a tutti i soldati della fila, per tramite delle loro radioline, il segnale "Attenzione, buca a sinistra". In questo nuovo scenario siamo di fronte ad un numero di distinti processi pari a quello dei soldati che formano la nostra fila. Dunque nel caso descritto da Bloch siamo di fronte ad un'unica unità sociale che collabora per trasmettere un segnale dal capo alla coda

del gruppo di soldati, nel secondo caso siamo di fronte a due diversi gruppi giustapposti, poiché il processo ad un dato punto ha subito un'interruzione; nell'ultimo caso, infine, siamo di fronte a tanti processi quanti sono i soldati. In questo senso il tipo di processo che agisce su un certo insieme di individui induce su di loro una categorizzazione, in questo senso i processi storici portano alla categorizzazione degli eventi storici. La storia, sembra di poter affermare, è nella visione di Bloch il grande campo della propagazione dei segnali. La storia è l'insieme di quei fatti che permettono ai segnali di propagarsi nel tempo modificandosi ed evolvendosi continuamente. Poche pagine prima del punto da cui si è tratta la precedente citazione Bloch aveva scritto:

Ci si rappresenta il corso dell'evoluzione umana come costituita da una serie di brevi e potenti scosse, ciascuna delle quali non durerebbe che lo spazio di alcune esistenze. L'osservazione prova invece che in questo immenso *continuum* le grandi vibrazioni sono perfettamente in grado di propagarsi dalle molecole più lontane fino alle più vicine.

Ed ecco allora nascere l'idea del continuum storico, l'insieme di quei collegamenti che ci legano ad epoche remote dalla nostra e che formano il canale attraverso cui segnali d'origine lontanissima giungono dal passato ad influenzare le nostre quotidiane esistenze. È quest'idea del continuum storico, della catena in cui ogni maglia si inanella nell'altra, che, come si vedrà formerà il punto in cui si congiungeranno tutte le diverse interpretazioni generali della storia che si andranno a considerare. Da quest'idea, dalla possibilità di immaginare il continuum storico nasceranno successivamente altre idee, come quella, ad esempio, della differente rapidità evolutiva dei segnali: alcuni segnali provengono da epoche molto lontane, talmente lontane che si perdono nella notte dei tempi. L'intera scuola francese sembra individuare nei fenomeni legati alla relazione fra una popolazione e uno spazio, tra una popolazione e un territorio, i fenomeni di più lunga durata: Bloch nell'analisi dei caratteri originali della proprietà fondiaria francese risale indietro nel tempo fino ad epoche preistoriche: i modi di insediamento, la struttura della proprietà di un dato spazio sono caratteri quasi costanti, quasi non evolvono, e giungono da epoche molto remote. Braudel nel suo studio sul Mediterraneo all'epoca di Filippo II individua ancora una volta nella geografia umana di questa regione uno dei tratti storici più conservativi: l'opposizione e la simbiosi, ad esempio, fra la città la pianura e la montagna. "Ogni processo storico", affermerà Braudel, "secerne la sua propria scala temporale". Si tratta in effetti di un'affermazione per certi aspetti estrema, poiché si ipotizza che esista un tempo intrinseco nei processi storici, una loro ontologica differenza nel modo di procedere: così anche nella storia esistono le lepri, ed esistono le tartarughe. I fenomeni legati all'evoluzione del rapporto fra una

popolazione ed un territorio sono allora processi tartaruga. Bloch spiega come segue questa connessione fra il continuum temporale e i tempi della storia:

Ebbene, questo tempo reale è per natura, un continuum. Ma è anche continuo cambiamento. Dall'antitesi di questi due attributi sorgono i grandi problemi della ricerca storica. E, prima di ogni altro, questo, che chiama in causa la stessa ragion d'essere dei nostri lavori: si diano due periodi successivi, ritagliati nell'interrotto succedersi delle età, in quale misura – prevalendo o no, sulla *dissomiglianza nata dalla durata*, il legame che il flusso di questa durata medesima stabilisce fra loro – si dovrà ritenere la conoscenza di quello più antico come necessaria o come superflua per l'intelligenza di quello più recente?

Alcuni segnali storici sono dunque meno potenti, hanno una vita più breve, nascono e si estinguono dopo aver percorso un più piccolo intervallo temporale, gettano la loro influenza a più corto raggio; altri invece provengono da epoche molto lontane, attraverso decine, o centinaia di generazioni... tutto ciò anche produce una categorizzazione dei processi storici e degli eventi storici, definisce una sorta d'intensità dei processi storici. Ciò che preme qui sottolineare è un'espressione presente nella citazione che si è appena riportata e che getta luce su uno dei problemi che è rimasto finora nascosto: la "dissomiglianza nata dalla durata". Se la mia interpretazione di questo passo è giusta, allora il passo risulta essere un accenno a ciò che produce l'apparizione di variazioni nel segnale: è la stessa durata storica, è la lunghezza del tragitto percorso dal segnale che produce, per se stessa, l'apparizione di variazioni e di trasformazioni. Se torniamo all'esempio dal quale si era partiti si potrà affermare che è il semplice processo di ripetizione del segnale "Attenzione! buca a sinistra" che porta alla sua trasformazione in "Andate a sinistra". Tanto più lunga sarà la catena delle ripetizioni, tanto maggiore sarà la probabilità di subire una o più variazioni. Le variazioni sono dunque connaturate al processo di ripetizione, e dipendono da esso e da null'altro. Ciò che a mio modo di vedere questo passaggio contiene di rivoluzionario è che esso viene a negare la tradizionale forma di argomentazione storica basata sulle cause e sugli effetti. Marc Bloch qui dichiara, in qualche modo, di non essere interessato al motivo specifico, puntuale, che ha prodotto, ad un tratto, la trasformazione del segnale. Sapere che un dato soldato, perché distratto, perché un poco faceto, o un poco sordo, ha ripetuto "Andate a sinistra" invece che "Attenzione! buca a sinistra", è irrilevante, perché tali tipi di trasformazioni sono connaturati ai processi di trasmissione di un segnale, alla durata, appunto. Bloch ha così spostato l'attenzione da un problema di cause e di fini, ad uno più corretto di analisi del funzionamento e di analisi della meccanica di quel congegno di trasmissione di segnali attraverso il tempo che chiamiamo storia.

### 2.3 Una partita a scacchi

La seconda forma di concettualizzazione dei processi storici che presenterò è tratta dal lavoro di Ferdinand de Saussure, dal suo celebre *Corso di linguistica generale*. Ferdinand de Saussure, a differenza di Bloch, non fu, in senso proprio, uno storico, bensì un linguista. Il suo lavoro di linguista si colloca nella scia di quella corrente dell'analisi linguistica detta dei "neogrammatici" che si colloca nella seconda metà dell'Ottocento e all'inizio del Novecento. La linguistica non è più in questo momento la materia ancora nebulosa dei fratelli Schlegel, o di Wilhelm von Humboldt; il lavoro di Franz Bopp sulle lingua greca, latina e sanscrita ha fatto emergere un insieme di similitudini sorprendenti nella morfologia di queste diverse lingue. Le generazioni successive a Bopp hanno seguito i suoi metodi comparativi per imparare e scorgere la parentela genetica che lega fra loro le diverse lingue in gruppi e sovra-gruppi. Si scorge ormai con chiarezza un'origine comune per un vasto numero di lingue tutte discendenti di ciò che verrà detto indeuropeo. È questa l'epoca della ricerca sull'indeuropeo, è l'epoca di Ascoli, appunto, e di Ferdinand de Saussure. Il nome di quest'ultimo resterà all'interno di questa branca disciplinare, legata al suo *Memoriale sulle vocali dell'Indeuropeo*. Il lavoro più originale di de Saussure riguarda tuttavia non la sua diretta ed empirica ricerca in campo linguistico, quanto piuttosto la sua riflessione sui metodi che presiedono a questo tipo di ricerca. È l'insieme di operazioni logiche per tramite delle quali si giunge alla ricostruzione retrospettiva di un'intera lingua (l'indeuropeo) che non è testimoniata in modo diretto da alcun documento che viene a costituire il centro dell'opera di questo linguista e che influenzerà l'intero XX secolo. Come avvengono quei confronti, quelle comparazioni che permettono di dire che latino e greco presentano fra loro tali similitudini che possono essere giustificate solo in base ad una comune discendenza da una stessa lingua madre? La risposta a questa domanda porterà Ferdinand de Saussure a concepire una nuova teoria del segno linguistico che porterà la linguistica ad estendere enormemente il suo campo d'azione: diventa allora oggetto della ricerca linguistica, o meglio semiologica, ogni forma di segno, sia esso parti di un rito religioso, siano essi comportamenti sociali, architetture, la lingua dei segni ecc. ecc. Siamo all'origine di ciò che poi in seguito verrà detta linguistica strutturale e che avrà nel corso del secolo XX un ampio sviluppo e che porta oggi alla linguistica generativa trasformazionale di Noam Chomsky. Ciò che si vuole qui sottolineare è come Ferdinand de Saussure, la linguistica strutturale, lo strutturalismo in generale abbiano profondamente influenzato tutti gli altri ambiti del campo umanistico, e fra questi, naturalmente, anche la storia. La linguistica è stata a lungo considerata l'unica vera disciplina del campo umanistico saldamente avviata su un percorso d'analisi scientifica del suo oggetto d'analisi, e questo, naturalmente, anche grazie al lavoro di Ferdinand de Saussure. Tutte le altre branche del mondo

umanistico hanno tentato allora di prendere dalla linguistica una parte dei suoi metodi e delle sue concettualizzazioni, nella speranza di avanzare con questi verso una propria scientifizzazione. Così faremo ora qui mostrando in compendio come Ferdinand de Saussure formalizzasse l'evoluzione nel tempo delle lingue. Occorre tuttavia preliminarmente dichiarare come de Saussure distinguesse fra loro due diversi piani su cui è possibile condurre la ricerca linguistica.

Il primo di questi piani viene definito come *sincronico* o *isosincronico*; si finge di poter bloccare ad un dato istante e di poter congelare nel tempo una data lingua in modo tale che se ne possa studiare la struttura interna, ciò che la tiene insieme e la fa funzionare. Le lingue sono intese, sul piano sincronico, come un insieme di elementi (fonemi, morfemi, lessemi ecc.) che acquisiscono identità e specificità in modo correlativo rispetto agli altri elementi del sistema, come quando dico di una persona che è mio cugino definendolo in questo modo, non in assoluto, non rispetto ad un sistema di riferimento privilegiato e immobile, ma rispetto a me; quel dato individuo non è un cugino in generale, è un cugino solo rispetto a me e alla mia rete di parentela. Ecco, le diverse parti della lingua, nella visione di de Saussure, formano un'enorme rete di parentela in cui ogni individuo risulta definito, correlativamente, in funzione della relazione che egli contrae con gli altri individui di questo sistema. In questo modo "d" e "t" risultano fra loro fonemi diversi, opposti, perché è possibile affermare che esistono due parole "tono" e "dono" in cui se si sostituisce il primo fonema al secondo il significato della parola viene ad essere alterato, formando quella che viene chiamata in linguistica una *coppia minima*. Ciò che viene in questo modo ad opporre fra loro i due fonemi è l'opposizione sordo-sonoro (in termini fonologici "t" è una dentale sorda, "d" una dentale sonora); secondo uno stesso principio è possibile opporre e distinguere fra loro mio cugino e mio zio, e stabilire che il rapporto che li distingue per me è la relazione di discendenza che li collega. Lo studio in termini sincronici di una lingua è dunque lo studio di questo vasto e intricato mondo di correlazioni fra le diverse parti che formano il sistema lingua e ci permettono di esprimerci e di venire, entro certi limiti, compresi.

Se tuttavia usciamo dalla nostra finzione, se scongeliamo la lingua e la lasciamo evolvere nel tempo vedremo apparire un insieme di variazioni, di modificazioni e di perturbazioni. È questo il piano dell'analisi diacronica, quello cioè che studia l'evoluzione delle lingue. Il cambiamento linguistico è per de Saussure principalmente un cambiamento fonologico; ad un dato tratto in una lingua tutti fonemi di un dato tipo che si trovino all'interno di una data configurazione mutano e si trasformano in qualcosa d'altro. Appaiono così delle regole del tipo: "tutte le volte che una parola sanscrita riporti un fonema "s" tra due vocali, tale "s" verrà conservata in latino e cadrà, sparirà in greco". Tale regola segna dunque la diversa evoluzione subita dalle lingue greca e latina a partire da un comune antenato. Le regole

del cambiamento fonologico hanno l'andamento della legge, non conoscono eccezioni, cosicché in tutte le parole in cui un dato fonema si trovi in una data configurazione si ripete lo stesso tipo di trasformazione. Eppure tale tipo di trasformazione è casuale, poiché non esiste motivo per giustificare la sparizione della "s" in greco e la sua conservazione in latino; è un caso che si sia prodotto questo tipo di trasformazione. Il mutamento fonologico così rigido eppure casuale getta scompiglio nella struttura sincronica di una data lingua, poiché i fonemi formano i morfemi e i lessemi, e dunque per tramite del cambiamento fonologico viene a modificarsi l'intera struttura sintattica della lingua. È questo il processo che forma il ben noto fenomeno delle eccezioni linguistiche: sul piano sincronico una regola sembra ben applicata, ed ecco che lo scompiglio fonologico diacronico viene a produrre un insieme di eccezioni rispetto a quella regola. Ecco perché sul piano sincronico le regolarità osservate non sono mai deterministiche.

I due piani d'analisi che si sono detti possono essere sussunti in un terzo tipo di approccio che de Saussure definisce pancronico e che cerca di riunire in sinolo i due piani separati dell'analisi sincronica e di quella diacronica, ma per la verità de Saussure non ci dice molto a proposito di questo terzo piano di analisi e dunque, per il momento si lascerà in sospeso la questione. Vediamo piuttosto ora come nel suo esempio di processo storico ideale de Saussure rappresenti e metta insieme tutti i diversi elementi che si sono detti finora:

Mais de toutes les comparaisons qu'on pourrait imaginer, la plus démonstrative est celle qu'on établirait entre le jeu de la langue et une partie d'échecs. De part et d'autre, on est en présence d'un système de valeurs et on assiste à leurs modifications. Une partie d'échecs est comme une réalisation artificielle de ce que la langue nous présente sous une forme naturelle. Voyons la chose plus près. D'abord un état du jeu correspond bien à un état de la langue. La valeur respective des pièces dépend de leur position sur l'échiquier, de même que dans la langue chaque terme a sa valeur par son opposition avec tous les autres termes. En second lieu, le système n'est jamais momentané; il varie d'une position à l'autre. Il est vrai que les valeurs dépendent aussi et surtout d'une convention immuable, la règle du jeu, qui existe avant le début de la partie et persiste après chaque coup. Cette règle admise une fois pour toutes existe aussi en matière de langue ; ce sont les principes constants de la sémiologie. Enfin, pour passer d'un équilibre à l'autre, le déplacement d'une pièce suffit; il n'y a pas de remue-ménage général. Nous avons là le pendant du fait diachronique avec toutes ses particularités. En effet: a) Chaque coup d'échecs ne met en mouvement qu'une seule pièce ; de même dans la langue les changements ne portent que sur



des éléments isolés. b) Malgré cela le coup a un retentissement sur tout le système ; il est impossible au joueur de prévoir exactement les limites de cet effet. Les changements de valeurs qui en résulteront seront, selon l'occurrence, ou nuls, ou très graves, ou d'importance moyenne. Tel coup peut révolutionner l'ensemble de la partie et avoir des conséquences même pour les pièces momentanément hors de cause. Nous venons de voir qu'il en est exactement de même pour la langue. c) Le déplacement d'une pièce est un fait absolument distinct de l'équilibre précédent et de l'équilibre subséquent. Le changement opéré n'appartient à aucun de ces deux états : or les états sont seuls importants. Dans une partie d'échecs, n'importe quelle position donnée a pour caractère singulier d'être affranchie de ses antécédents ; il est totalement indifférent qu'on y soit arrivé par une voie ou par une autre ; celui qui a suivi toute la partie n'a pas le plus léger avantage sur le curieux qui vient inspecter l'état du jeu au moment critique ; pour décrire cette position, il est parfaitement inutile de rappeler ce que qui vient de se passer dix secondes auparavant. Tout ceci s'applique également à la langue et consacre la distinction radicale du diachronique et du synchronique. La parole n'opère jamais que sur un état de la langue, et les changements qui interviennent entre les états n'y ont eux-mêmes aucune place. Il n'y a qu'un point où la comparaison soit en défaut ; le jouer d'échecs à l'intention d'opérer le déplacement et d'exercer une action sur le système ; tandis que la langue ne prémédite rien ; c'est spontanément et fortuitement que ses pièces à elle se déplacent - ou plutôt se modifient [...]. Pour ce que la partie d'échecs ressemblât en tout point au jeu de la langue, il faudrait supposer un joueur inconscient ou inintelligent. D'ailleurs cette unique différence rend la comparaison encore plus instructive, en montrant l'absolue nécessité de distinguer en linguistique les deux ordres de phénomènes. Car, si des faits diachroniques sont irréductibles au système synchronique qu'ils conditionnent, lorsque la volonté préside à un changement de ce genre, à plus forte raison le seront-ils lorsqu'ils mettent une force aveugle aux prises avec l'organisation d'un système de signes.

È questo uno dei passaggi più alti, e più conosciuti, dell'intero *Corso*: la storia della lingua come una partita a scacchi, una partita a scacchi come riproduzione in miniatura del processo macroscopico di evoluzione di una lingua. È un esempio più complesso, più articolato di quello utilizzato da Bloch e che si è descritto al paragrafo precedente, eppure, come si avrà modo di mostrare, la logica di base di questi due esempi è la stessa. Solo de Saussure determina meglio, definisce con maggior cura i diversi elementi di

cui si compone un processo storico.

Inizialmente si ha una configurazione di pezzi della scacchiera: ciascun pezzo risulta associato ad un'unica posizione della scacchiera, e risulta classificato, categorizzato rispetto alla sua posizione. Ciascun pezzo è inoltre definito in relazione agli altri pezzi e così si può affermare che questo cavallo protegge quel pedone; che la torre bianca minaccia l'alfiere nero. Siamo evidentemente sul piano della sincronia. La struttura del gioco, le posizioni occupate dai pezzi e i rapporti delle diverse pedine fra loro, hanno un senso solo quando i due giocatori stanno ancora pensando alle loro mosse successive, quando, per così dire, il gioco è sospeso. Ad un tratto tuttavia giunge una nuova mossa, uno dei due giocatori sposta un unico pezzo sulla scacchiera e induce nella precedente configurazione una variazione. Poiché tuttavia il significato di ciascun pezzo sulla scacchiera viene a dipendere dalla posizione delle altre pedine, l'intera configurazione muta. La mossa del giocatore getta dei riflessi su tutte le altre pedine: se egli muove il cavallo può accadere che il pedone non sia più coperto e che possa quindi divenire preda della regina; se la torre bianca mangia l'alfiere nero è possibile che poi questa a sua volta cada sotto la minaccia del cavallo ecc. ecc. La mossa effettuata dal giocatore segue inoltre delle regole precise; gli alfieri si muovono solo lungo linee diagonali, le torri solo lungo linee orizzontali o verticali ecc. ecc. Esiste dunque un insieme di regole, nella visione di de Saussure, che permettono di descrivere il modo in cui una data configurazione di pezzi possa mutare ed evolvere in una nuova configurazione, in una nuova struttura. De Saussure, bizzarramente, non ci dice come si chiamano queste regole generali, limitandosi a riferirsi ai "principi costanti della semiologia"; se tuttavia ci riferiamo a quanto affermato in precedenza sembra possibile vedere in queste regole che normano il passaggio da uno stato sincronico al successivo il piano di analisi della pancronia. Noi chiameremo *meccanica* queste regole generali che identificano il passaggio da una data struttura a quella immediatamente successiva. Occorre rilevare come l'esistenza di una meccanica non significhi che il gioco sia deterministico: la meccanica del gioco degli scacchi impone che gli alfieri si muovano lungo linee diagonali, mentre le torri per linee orizzontali e verticali, ma questo non significa determinare quale mossa un giocatore compirà in una data fase del gioco. La meccanica del gioco definisce la cornice generale del gioco, la cornice dell'evoluzione di una partita, cosicché nessun giocatore potrà muovere un alfiere per linee orizzontali, e ciò nonostante, nonostante l'esistenza di una meccanica, ogni partita giocata sarà diversa dalle altre. Per la verità – se mi è permesso di forzare un po' l'esempio di de Saussure – occorre rilevare come il gioco degli scacchi conosca una pluralità di meccaniche, poiché esiste appunto una meccanica per gli alfieri che dice che essi si muovono solo per linee diagonali, e poi esiste una meccanica per i cavalli e una per le torri e una, in generale, per ogni tipologia di pedina del gioco degli scacchi. Quindi in generale possiamo immaginare che nella storia certi fenomeni evolvano secondo certe regole rigide e certi altri secon-

do altre ancora (questo tuttavia de Saussure non lo ha mai detto). Se ora dalla partita degli scacchi ritorniamo all'evoluzione delle lingue, possiamo rintracciare quale sia la meccanica che agisce sul sistema lingua? In effetti sembra possibile dire che de Saussure è stato su questo punto molto chiaro: ciò che presiede al cambiamento fonologico, e quindi ciò che regola il cambiamento diacronico, ciò che forse egli intende per pancronia, è il caso. In realtà sembra in effetti che de Saussure stia pensando ad una sorta di partita a scacchi in cui le pedine si muovono casualmente e a turno sulla scacchiera; una partita a scacchi fra mentecatti, insomma. Qualcuno potrà forse eccepire che una meccanica casuale non è una meccanica, perché si ritiene che una partita qualsivoglia non la si possa giocare a caso. Anche su questo punto tuttavia de Saussure è molto chiaro: l'unico punto in cui il paragone fra evoluzione delle lingue e gioco degli scacchi non appare realistico è nella presenza dei giocatori che in effetti nel paragone sono lasciati in ombra e quasi spariscono. Possiamo allora pensare che ciascuno dei due giocatori abbia formulato una sua propria strategia e che giochi cercando di far tendere l'intera partita verso un punto che egli ha predeterminato di voler raggiungere. Nulla del genere avviene nell'evoluzione delle lingue; l'evoluzione è libera; nessuno ha il controllo della lingua. Quella immaginata da de Saussure è dunque una sorta di partita a scacchi senza giocatori, e naturalmente, senza una condizione d'inizio, in cui tutti i pezzi sono schierati in bell'ordine gli uni di fronte agli altri, e senza, naturalmente ancora, nessuna condizione d'arresto del gioco, senza nessuna possibilità di patta, e senza scacco matto. In questa bizzarra partita pensata da de Saussure i pezzi si muovono a caso, e questa ne costituisce la meccanica intima: si sorteggia una data pedina, si sorteggia una data cella della scacchiera e vi si colloca sopra la pedina precedentemente sorteggiata, e in questo consiste il gioco; si tratta di una meccanica come un'altra. E in effetti, come si avrà modo di vedere, le cose evolvono davvero così. Ciò su cui si vuole qui insistere è questa opposizione posta da de Saussure fra ciò che evolve, la struttura appunto, e le regole che ne normano l'evoluzione, ovvero la meccanica, perché in effetti una vasta varietà di problemi possono essere risolti facendo uso di questi due soli concetti. Una delle domande che diventa legittimo porsi in questo contesto è quella che riguarda il destino del gioco fra struttura e meccanica; data una meccanica casuale come quella appena esposta, ad esempio, ci si può chiedere: quale sarà la distribuzione dei pezzi sulla scacchiera? tenderanno essi a concentrarsi in determinate aree, oppure risulteranno sparpagliati a caso nelle diverse celle? oppure ancora non esiste modo per rispondere a questo tipo di domanda? Per il momento tralascieremo questo tipo di domande e di questioni per tornare a individuare ciò che rappresenta il nucleo della definizione saussuriana di processo storico.

Il punto centrale di tutto l'esempio, ciò in cui viene a risiedere l'intera definizione di storicità è il passo del *Corso* in cui si afferma che chi ha seguito l'intera partita non ha alcun vantaggio nella comprensione del gioco

rispetto a chi consideri solo l'ultima struttura assunta dal gioco. È questa una formulazione rigorosa, sebbene non formalizzata, di ciò che i matematici, e più in particolare i probabilisti, chiamano *condizione di Markov*. È questo, inoltre, il punto in cui la descrizione saussuriana del processo storico ideale si collega profondamente all'esempio che si è tratto dall'*Apologia della storia* di Bloch. Vediamo dunque di analizzare in dettaglio la questione.

Il gioco degli scacchi è diviso in fasi e in ciascuna fase del gioco un solo pezzo del gioco può essere mosso, e vale inoltre la regola per cui dopo il bianco è necessariamente il nero a dover muovere. Supponiamo allora di trovarci in una di queste fasi: i pezzi sono disposti sulla scacchiera in una data configurazione e spetta al bianco muovere. Il bianco ha di fronte a sé una gamma finita di possibilità tutte ugualmente realizzabili compatibilmente con le regole del del gioco (della meccanica dunque). Realizzando una di queste possibilità la partita compie un'evoluzione, perché la struttura ad un tratto si modifica e si fa altra da quanto era prima. Tuttavia, contrariamente a quanto ritenuto dal poststrutturalismo la nuova situazione non è radicalmente diversa da quella precedente; è solo un po' diversa. In fondo è stato mosso un solo pezzo, e tutti gli altri sono rimasti al loro posto. Questo vuol dire che un osservatore esterno alla partita ha la possibilità di prevedere con grande accuratezza quale sarà la struttura del gioco ancor prima che il giocatore bianco muova. Se infatti immaginiamo che sulla scacchiera vi siano 16 pedine, ciò comporta che alla fase successiva, nella peggiore delle ipotesi, vi saranno ancora 15 pezzi (perché uno può essere stato mangiato) e 14 di questi avranno ancora la stessa posizione che avevano prima della mossa del bianco. De Saussure sottolinea insistentemente questo punto: non sono possibili, egli scrive, rimescolamenti generali. È questa la proprietà che Bloch chiama *continuum storico*. Ciò che poi accade se il nero muove è che le pedine che erano rimaste al loro posto rispetto alla situazione arbitrariamente considerata come originaria diminuiscono rispetto alle 14 che avevamo in precedenza. Dopo la mossa del nero si avrà che nella peggiore delle ipotesi rimangano 14 pedine sulla scacchiera e solo 13 nella posizione originaria. Il fenomeno descritto è dunque quello di una struttura che progressivamente si fa altra da sé e si diversifica. Qualunque giocatore di scacchi sa che prevedere la configurazione di gioco nella fase immediatamente successiva è cosa molto più semplice rispetto a cercare di prevedere la configurazione di gioco dopo che si siano succedute 5 o 6 mosse. La capacità di previsione diventa dunque tanto più ridotta quanto più lontana la fase di gioco nella quale si cerchi di proiettarsi: prevedere la mossa che farà al prossimo turno il giocatore nero è molto più facile che prevedere cosa egli farà fra otto mosse. Tutto ciò porta alla seguente semplice considerazione: per sapere cosa farà il giocatore nero alla prossima mossa risulta irrilevante sapere cosa ha fatto il giocatore nero nelle fasi precedenti, perché appunto le fasi precedenti del gioco permettono di prevedere peggio l'evoluzione della partita rispetto alla fase di gioco nella quale mi trovo, non contengono nessuna informazione

ulteriore rispetto a quanto già disponibile considerando l'attuale e presente fase di gioco. Questa è la condizione di Markov: ogni fase del sistema è determinata dalla fase precedente e solo da questa, ogni maglia della catena si inanella alla successiva e in questo modo forma un unico processo continuo e senza interruzioni e senza discontinuità. Se ora torniamo alla descrizione data da Bloch, se torniamo dunque alla colonna di soldati attraverso cui fluisce il segnale "Attenzione! buca a sinistra", ritroveremo esattamente la stessa condizione appena identificata nel lavoro di de Saussure. Qui si aveva che il segnale passava da una fila A, ad una B, ad una C fino ad arrivare all'ultima fila che diremo Z; la meccanica del processo è in questo caso molto semplice e vuole che se il segnale si trovi, ad un dato istante, nella fila C, allora nella fase successiva del processo il segnale dovrà passare nella fila D (in questo caso la meccanica, a differenza di quella del gioco degli scacchi, è deterministica; una sola possibilità è ammessa). Sapere che prima di andare in C il segnale si trovava in B, è del tutto inessenziale per poter stabilire che il segnale fluirà da C a D, se esso si trova, allo stato presente, in C. Sapendo che il segnale si trova in C si dispone già di tutte le informazioni necessarie per poter affermare che il segnale fluirà in D: la conoscenza degli stati precedenti attraversati dal sistema è dunque ininfluenza. *La nostra capacità di previsione dell'immediato futuro rispetto al presente non può venire arricchita dalla conoscenza del passato*, questa la condizione di Markov. O ancora, se si vuole, *l'immediato futuro si inanella solo con il presente, e il presente si inanella solo con l'immediato passato*.

## 2.4 Stemma codicum

La simultanea identificazione da parte di Marc Bloch e di Ferdinand de Saussure del processo storico ideale come un processo markoviano non è probabilmente un fatto casuale. A mia conoscenza questi due studiosi non conoscevano l'uno l'opera dell'altro, eppure è probabile che entrambi abbiano fatto ricorso al un medesimo bagaglio culturale di derivazione ottocentesca e che da questo abbiano elaborato i loro esempi. L'Ottocento è infatti l'epoca di massimo fulgore del metodo storico comparativo, di quel metodo cioè che presuppone, nelle sue diverse applicazioni che vanno dalla storia naturale, alla filologia e alla linguistica diacronica, proprio il fatto che i processi storici abbiano carattere markoviano. È allora probabile che de Saussure abbia estratto questa particolare struttura matematica dalle caratteristiche a lui ben note del processo di ramificazione delle lingue, mentre per Bloch devono essere state, con ogni probabilità, le sue conoscenze filologiche, la conoscenza del processo di ramificazione dei testi sottoposti a ripetute operazioni di copia, a condurlo verso la scoperta di questa stessa struttura matematica. Le esemplificazioni del processo storico ideale portate da de Saussure e da Bloch costituiscono dunque il tentativo di isolare nella vasta e diversificata metodologia storica comparativa ottocentesca il *quid*, la struttura matemat-

ica intima, che rende appunto possibile l'applicazione di quella metodologia, che rende possibile, ieri come oggi, la stessa applicazione del metodo storico comparativo. A mio giudizio non esiste ancora oggi una migliore descrizione di questo metodo di quella data da Paul Maas nel suo *Textkritik* (1926). Si tratta in effetti di un piccolo libello di poco più di 50 pagine che ha avuto, per la sua limpidezza e per la sua capacità di sintesi, enorme importanza nella storia della critica testuale novecentesca. Molti degli sviluppi che questa disciplina subirà nel corso del Novecento (penso naturalmente soprattutto all'opera di Pasquali, *Storia della tradizione e critica del testo*) rimanderanno direttamente a questo piccolo libretto. Paul Maas, all'inizio del Novecento è l'erede della grande scuola filologica tedesca, è l'erede di Karl Lachmann, ed è in effetti il formalizzatore e il sistematore di questo metodo per tramite del quale si compie la ricostruzione a posteriori di un testo antico che abbia subito numerose operazioni di copia e, in relazione a queste, abbia subito deformazioni e variazioni. L'intero metodo di Lachmann, nella sintesi data da Maas, è dunque un insieme di metodi che permettono, a partire dalla ricostruzione a posteriori del processo storico che ha investito un dato testo, la ricostruzione se non del testo originale, di un testo molto vicino a quello originale. Nel metodo di Lachmann, dunque, la conoscenza dell'evoluzione del testo diviene premessa necessaria per la ricostruzione dell'archetipo. La possibilità a posteriori di ricostruire le vicende di un testo, di sapere cioè quali sono le relazioni genealogiche che collegano fra loro i diversi testi della tradizione sulla quale si sta lavorando è data, questo il nucleo dell'intera argomentazione, dal supporre in senso astratto e a priori le caratteristiche formali del processo che ha investito il testo. Un esempio varrà a chiarire tutto questo.

La filologia, evidentemente, è legata all'esistenza di quegli oggetti che chiamiamo testi e questi oggetti hanno subito, dal primo momento in cui fu inventata la grafia, una lunga evoluzione. Prima dell'invenzione della stampa i testi, generalmente, venivano copiati manualmente da amanuensi: in Roma antica, in epoca imperiale, intere classi di amanuensi scrivevano ciò che veniva loro dettato da un capo amanuense e questo era il modo attraverso cui di un testo si producevano più copie. Intrinseco al processo di copia, si svolgesse esso nella biblioteca di Alessandria, nelle classi di amanuensi, in un monastero benedettino, o a Mistras, nell'impero bizantino, era la possibilità di commettere un errore, di inserire una novità, un'aberrazione nel testo copiato. I testi venivano certamente riletti, e corretti dopo l'operazione di copia, e tuttavia non tutti gli errori inseriti dal copista o dall'amanuense potevano essere eliminati, proprio perché l'errore è connaturato al processo di copia e di riproduzione. A molti è noto come dopo la caduta dell'impero romano d'occidente una parte rilevante di quella che oggi indichiamo con il termine di cultura classica ci sia giunta non attraverso i testi, per così dire, originali che quella cultura aveva prodotto, ma attraverso copie successive, prodotte in epoca medievale, all'interno dei monasteri. È stato il

monachesimo, a partire dal V secolo, a conservare e a salvare questa cultura. Il monachesimo, come è noto, a partire almeno dal VI-VII secolo cominciò la sua larga diffusione in Europa e a quest'epoca risale la costruzione di alcune delle più importanti abbazie e dei più importanti scrittori. Questo processo di diffusione dette impulso al processo di copia e di riproduzione dei libri, perché ogni nuovo monastero, ogni nuova abbazia, aveva bisogno di una biblioteca, di commentari ai vangeli e all'antico testamento, aveva bisogno di tutto ciò che è direttamente legato alla religione cattolica che è la religione del libro. In questo contesto avveniva che i monasteri e le abbazie più antiche prestassero i propri libri e le proprie opere ai monasteri e alle abbazie più giovani perché potessero attraverso di questi arricchire le proprie biblioteche. Il processo di copia, il lavoro dei monaci amanuensi, insomma, è direttamente legato al processo di espansione del monachesimo. In questo processo naturalmente alcuni testi vennero copiati più insistentemente di altri perché è facile immaginare come, dato il processo che si è descritto, gli scrittori delle abbazie fossero più interessati ai testi di Agostino, Girolamo, Cassiodoro, o di Rabano Mauro piuttosto che non a quelli di Lucrezio. Eppure accadde che anche questi testi un poco eccentrici venissero copiati e tramandati. L'insieme delle copie di un dato testo prende in filologia il nome di *tradizione* e ogni copia appartenente alla tradizione viene indicata con il nome di *testimone* della tradizione. Il processo di diffusione del monachesimo occidentale fece dunque in modo che certi testi più direttamente legati alla vita del monastero e alle sue funzioni religiose venissero copiati con insistenza e formassero dunque delle grandi tradizioni, altri testi più direttamente legati al mondo pagano di Roma antica conobbero invece tradizioni assai più limitate. Quando la tradizione di un dato testo era molto grande poteva accadere che il monastero più giovane interessato a produrne la copia chiedesse a più monasteri in prestito diversi testimoni, in modo che li si potesse confrontare fra loro e selezionare, nel corso del processo di copia, la lezione che di volta in volta si preferisse. È questo il fenomeno che dà origine alla *contaminazione*: la contaminazione è dunque una copia che invece che essere stata prodotta a partire da un unico *modello* (il modello è il testimone che viene copiato) viene prodotta a partire da una pluralità di modelli dai quali, di volta in volta, si sceglie cosa copiare e cosa no. Il fenomeno della contaminazione gioca un ruolo maggiore in filologia, poiché la ricostruzione genealogica del testo viene ad essere molto complicata o addirittura resa impossibile da questo fenomeno. Alcune tradizioni, come quella della Bibbia, sono anche, proprio in relazione alla loro ampiezza e alla loro importanza, enormemente contaminate, mentre al contrario tradizioni più piccole, come quelle del *De rerum natura*, lo sono molto meno. Intorno al XIV secolo la cultura pagana di Roma antica torna ad esercitare un profondo fascino sul pensiero occidentale; è l'epoca dei primi umanisti, delle scoperte delle *Epistolae* di Cicerone compiuta da Petrarca. Gli umanisti entrano dunque nei chiossi dei monasteri, ne studiano gli scrittori e le bib-

lioteche e recuperano una parte rilevante di quella vasta e antica cultura. Ciò che accade tuttavia è che quella cultura è ormai talmente lontana nel tempo, e così diversa, che parti intere non vengono comprese, o vengono mal comprese. Il latino a volte è incomprensibile, altre volte ruvido e scabro, altre volte ellittico e allora in molte delle copie che ne fecero, molti umanisti si sentirono in diritto di sostituire questi passaggi stridenti, queste *lectio difficilior* attraverso passaggi più dolci, più facili in relazione al latino da loro conosciuto. Nascono in questo modo le *vulgate* dei testi antichi che sono copie di copie e in cui si ritrovano non le parole degli autori che scrissero quelle opere, ma le parole dell'umanista che di volta in volta si confrontava con le parole di quegli autori e là dove esse apparivano difficili e poco comprensibili vi sostituiva il proprio bello stile. Queste intromissioni, queste sostituzioni in rilevanti sezioni del testo, della penna dell'autore con quella del copista umanista, vengono dette *interpolazioni*. La vulgata è dunque il regno dell'interpolazione, della sostituzione consapevole del testo originario con un testo apocrifo che si sente più in sintonia con i canoni letterari dell'epoca cui si appartiene. Poi naturalmente oltre questo vi sono le guerre, gli incendi e i saccheggi che hanno fatto sì che la biblioteca di Alessandria, l'abbazia di San Gallo e il monastero benedettino di Montecassino siano oggi semplicemente spariti nella loro costruzione originaria, con i loro scrittori e le loro biblioteche. Dunque la tradizione di un testo, in relazione a questi eventi, perde una parte dei propri testimoni, testimoni magari che erano stati modelli per copie a loro successive, e dunque la genealogia ne risulta come spezzata, perché si è perso lo snodo che dalle foglie dell'albero, i testimoni più recenti, più prossimi a noi, portano, al tronco e alle radici. Tra la fine del Settecento e l'inizio dell'Ottocento comincia a farsi sentire un'esigenza profonda di recupero della lezione originaria dei testi, ciò che appunto viene detto spirito filologico. Tale spirito, per vero dire, non era mancato in epoca umanistica-rinascimentale e si era insinuato in studiosi come il Valla, il Poliziano, o in Erasmo da Rotterdam. Tuttavia ad una filologia per così dire sistematica, organizzata e, per così dire, autocosciente, si giungerà appunto solo nel XIX. In realtà esiste una data esatta, il 1850, cui molti filologi riportano la nascita della contemporanea e matura filologia, perché è questo l'anno dell'edizione critica ad opera di Karl Lachmann del *De rerum natura* di Lucrezio. In realtà è ormai chiaro, mi sembra, come in realtà l'opera di ricostruzione di questo testo da parte di Lachmann sia ancora lontana da ciò che poi in seguito verrà detto *metodo di Lachmann*, o anche *metodo stemmatico*. Si deve in realtà alla generazione successiva di filologi, agli studenti di Lachmann, la precisazione di questo metodo, e si deve a Paul Maas, e si è ormai giunti al secondo decennio del '900, la sua più sintetica e limpida formalizzazione.

Il metodo stemmatico si fonda su due operazioni di base di cui la prima viene detta *collatio* e la seconda *emendatio*. Con la prima operazione si



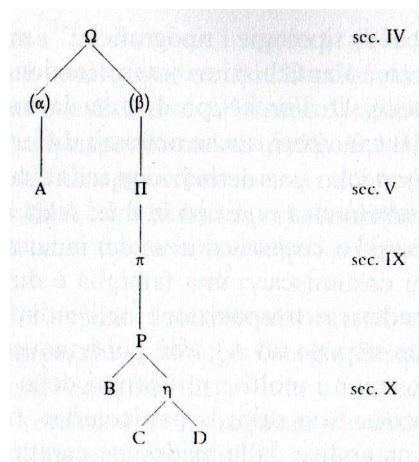


Figura 1: *Stemma Codicum* della tradizione delle opere di Plauto

raccogliono tutti i testi sopravvissuti di una data tradizione e li si confronta fra di loro. Attraverso questa sistematica operazione di confronto si cerca di ottenere un'informazione sul tipo di relazione che lega fra loro i diversi testimoni; se ad esempio un dato testo Y debba essere considerato copia (discendente) di un dato altro testo X, oppure se entrambi debbano essere considerati discendenti di uno stesso testimone Z. Mettendo insieme tutte le informazioni di natura genealogica così ottenute si perviene a ciò che la filologia chiama lo *stemma codicum* (cfr. Figura 1 per lo stemma codicum delle opere di Plauto). Lo stemma codicum è dunque un'ipotesi sulla storia subita dalla tradizione; attraverso di essa diviene possibile stabilire quali testi discendano da quali altri. Ciò che viene così a formarsi è dunque un albero che da un'unica radice, l'archetipo – il testo che dà origine all'intera tradizione e che è andato perduto e che perciò si vuole ricostruire – dirama attraverso i testimoni più antichi e medievali fino a giungere ai testimoni più recenti d'età umanistica e rinascimentale. Una volta che si siano chiariti i rapporti genealogici intercorrenti fra i diversi testimoni della nostra tradizione si procede alla *eliminatio codicum descriptorum*, ovvero alla selezione di quel ridotto sottoinsieme di testimoni effettivamente utili alla ricostruzione dell'archetipo. Facendo riferimento allo stemma delle opere di Plauto si nota immediatamente come gli unici due testi utili alla ricostruzione dell'archetipo siano A e P. Tutte le copie discendenti da P conterranno infatti il testo originario di P e inoltre tutte le corruzioni inserite dalle successive operazioni di copia, dunque ai fini della ricostruzione, dell'emendatio, P è migliore approssimazione dell'archetipo di quanto non lo siano i suoi discendenti. A e P risultano al contrario due copie indipendenti dell'archetipo (per la verità si tratta di copie da manoscritti andati perduti e a loro volta copie indipendenti dell'archetipo). Ciò significa che gli errori che si troveranno in

P saranno indipendenti da quelli che colpiscono A e dunque confrontando fra loro questi due testi e selezionando le parti in cui essi coincidono risulta possibile risalire al testo originario dell'archetipo. Se la tradizione è doppia, come nel caso in questione, la ricostruzione dell'archetipo potrebbe essere solo parziale, mentre se la tradizione è triplice (esistono tre diverse diramazioni che partono dall'archetipo e che poi si ramificano) allora, in linea di principio l'archetipo può essere ricostruito nella sua integralità. Ciò che dunque fonda il metodo stemmatico è il lavoro di collegamento dell'operazione di emendatio al lavoro di collatio; la conoscenza del processo storico che ha formato una data tradizione diviene presupposto per l'operazione di ricostruzione del testo originario della tradizione. Paul Maas fu, a mia conoscenza, il primo a indagare il problema di cosa consenta di collegare, così come fanno i filologi, emendatio e collatio e più in particolare cosa rendesse possibile il lavoro di ricostruzione a posteriori di uno stemma, ovvero cosa consentisse l'operazione di collatio. Il lavoro di Paul Maas è dunque un lavoro sui fondamenti dell'analisi filologica e non sarà inutile notare come tale lavoro per ciò stesso s'imparenti a quello di Ferdinand de Saussure che fu appunto, una riflessione sui fondamenti dell'analisi linguistica diacronica. A fondamento dell'analisi filologica per Maas vi sono due principi:

- che le copie posteriori alla prima ramificazione della tradizione rendano sempre ciascuna soltanto un esemplare (cioè che nessun copista "contamini", ossia fonda insieme più esemplari);
- che d'altra parte ciascun copista consapevolmente o inconsapevolmente si allontani dal suo esemplare (cioè che commetta errori propri).

Sotto questi presupposti in generale:

- si può mostrare con sicurezza la relazione di dipendenza di tutti i testimoni conservati e il numero e la posizione di tutte le ramificazioni intermedie;
- se la ramificazione originaria è almeno triplice, il testo dell'archetipo si può sicuramente ricostruire in tutti i luoghi (con eccezioni da motivare in modo particolare);
- se la ramificazione originaria è duplice, il testo dell'archetipo si può restituire solo in quanto (di nuovo con eccezioni da motivare particolarmente) in nessun luogo si abbia da scegliere fra più che due lezioni (varianti).

L'insieme delle due prime condizioni definisce, in effetti, una classe di processi markoviani: la prima proposizione stabilisce in effetti come ogni elemento dello stemma abbia al più un genitore, ovvero che ogni copia successiva sia stata ottenuta a partire da un unico modello (assenza dunque di

contaminazione). La seconda proposizione esclude che il processo di copia possa essere perfetto, e che in esso non vi compaiano degli errori che permettano di identificare la copia e di distinguerla dal modello. In questa situazione ideale ciascun ramo dello stemma viene a identificare un diverso processo markoviano poiché ogni copia conterrà un insieme di errori che verrà a dipendere strettamente dall'insieme di errori presenti nel modello; ogni copia conterrà gli errori propri – quelli cioè commessi nell'atto della sua trascrizione – e inoltre tutti gli errori presenti nel modello. Questo caratterizza ogni ramo dello stemma come un processo markoviano poiché la tipologia di errori che si ritroveranno nella copia dipende dal modello e solo da questo; gli errori presenti nel modello sono la migliore approssimazione possibile degli errori che si ritroveranno nella copia. Stabilito in senso astratto quali siano le caratteristiche del processo che agisce sui testi della tradizione Paul Maas elabora quelle che sono le due regole fondamentali per la ricostruzione dello stemma: se dunque gli errori di un testo X sono un sottoinsieme degli errori presenti in un testo Y, allora Y discende da X, Y è stato ottenuto come copia di X. Altrimenti se X e Y mostrano un insieme di errori comuni, ma non risulta possibile affermare, né che gli errori di X siano sottoinsieme di quelli di Y, né viceversa, allora X e Y discendono entrambi da un comune antenato Z (che può anche non essere stato tramandato dalla tradizione, e può anche essere l'archetipo stesso). Applicando ricorsivamente tali due regole all'insieme dei testimoni della tradizione, in linea teorica, il processo converge e produce, appunto, lo stemma codicum. Tutto ciò come si vede, generalizza ciò che si era individuato nel primo esempio presentato (quello della colonna di soldati): in effetti è come se ogni diverso ramo della stemma costituisse una colonna di soldati a sé stante che trasmetta alle file successive un dato segnale. Il segnale nel corso del tempo si modifica e si fa altro da sé, e ciò che il filologo propriamente compie analizzando il modo in cui tale segnale è venuto nel tempo modificandosi è la ricostruzione a posteriori delle diverse file di soldati: la filologia con l'operazione di collatio ricostruisce retrospettivamente i diversi canali attraverso cui la comunicazione di uno stesso segnale iniziale è fluita. In questo suo sforzo di ricostruzione la filologia produce anche una classificazione dei diversi testimoni, poiché si può stabilire che tutti i testimoni che abbiano in comune un dato antenato appartengono tutti ad una medesima classe che risulta disgiunta da quella di tutti quei testimoni che non discendono da quel dato antenato. Dunque attraverso l'individuazione dei diversi processi di copia che hanno prodotto una data tradizione è possibile giungere ad una classificazione dei testi di quella tradizione, è possibile dare origine, dunque, ad una tassonomia. Ed in effetti il modo in cui la tassonomia biologica produce le sue classificazioni distinguendo fra loro la specie, il genere, la famiglia, l'ordine, la classe, il *phylum*, e il regno consiste esattamente in un processo di ricostruzione a posteriori di processi markoviani.

Ciò che ha dunque portato studiosi come Marc Bloch e Ferdinand de Sauss-

sure a concepire il processo storico ideale nei termini di un processo markoviano in cui lo stato del sistema all'istante  $t$  viene a dipendere dallo stato del sistema al tempo  $t - 1$ , e solo da questo, è stata l'importanza che il riconoscimento di questo tipo di processo ha avuto nel lavoro empirico compiuto dalla tassonomia biologica, dalla filologia e dalla linguistica diacronica nel corso del secolo XIX.

Come si vedrà il mondo storico-sociale è largamente formato da questo tipo di processi.

### 3 Definizione e classificazione dei processi storici

Gli esempi di processo storico ideale che si sono trattati hanno mostrato di appartenere ad una classe generale di processi detti, appunto, di Markov. Si è visto inoltre come la proprietà che definisce tale classe generale ed astratta di processi consista nel fatto che lo stato in cui verrà a trovarsi un dato sistema in un dato istante  $t$  dipende dallo stato in cui il sistema si trovava nell'istante precedente  $t - 1$  e solo da questo. Ci si può allora domandare: la storia consiste in questo? solo in questo? in soli processi markoviani? Non si possono immaginare altri tipi di processi?

Rispondere a queste domande non è facile, così come non è facile dire se nella descrizione di processi più complessi di quelli mostrati sia necessario utilizzare strutture matematiche diverse, o più complesse. Non conosco, dunque, una risposta adeguata a queste domande, tuttavia conosco una procedura metodologica che mi suggerisce che prima di avviarsi su un percorso che porta verso l'analisi di un oggetto complicato, occorre essere ben in grado di saper affrontare l'analisi degli oggetti più semplici. Ciò che dunque mi sembra opportuno proporre è di cominciare ad indagare i processi markoviani, che son già abbastanza difficili. Se poi si scopriranno altri fenomeni che possono essere descritti solo attraverso strutture matematiche differenti, bene, non si avrà alcuna esitazione ad aggiungere tale classe di nuovi processi alla sfera dei processi storici già noti che, per il momento però, faremo coincidere con i processi markoviani. Dopo questa premessa passiamo ad osservare più in dettaglio cosa siano questi processi markoviani.

Torniamo a considerare l'esempio della fila di soldati proposta da Bloch, ovvero il nostro più semplice esempio. Supponiamo che la colonna di soldati sia formata da quattro file che indicheremo con i simboli  $\{a, b, c, d\}$ . L'intero processo consiste, come si è visto, di un segnale che fluisce attraverso le quattro file e che nel primo istante del processo si trova in  $a$ , e poi passa in  $b$ , ecc. e si vuole ora calcolare dove si troverà il segnale dopo che il processo sia stato iterato 3 volte. La risposta, come si vede, è banale... dopo tre iterazioni il segnale verrà a trovarsi in  $d$ , perché durante la prima iterazione

il segnale passa da  $a$  a  $b$ , nella seconda da  $b$  a  $c$ , nella terza, da  $c$  a  $d$ . Dare la risposta al quesito è dunque banale, e tuttavia la domanda che si poneva era quella di calcolare questo tipo di processo, non di fornire la risposta. Per compiere questo calcolo, per permettere ad un computer di effettuarlo al nostro posto, occorre ora introdurre un insieme di concetti appartenenti alla sfera della matematica che vien detta algebra delle matrici.

Una matrice è in realtà una parola misteriosa per un oggetto matematico molto semplice, poiché si tratta in effetti di nulla più che di una tabella di numeri disposti su righe e colonne, come quella mostrata di seguito:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

All'interno di ogni cella della matrice nell'esempio riportato sono stati inseriti dei numeri naturali  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , ma avremmo al loro posto potuto inserire un qualsiasi numero reale (un numero con la virgola ottenuto come rapporto fra naturali, oppure dei numeri irrazionali come  $\sqrt{2}$ , oppure anche  $\pi$ ). Per il momento tuttavia, ci limiteremo a considerare delle matrici popolate solo dai simboli  $\{0, 1\}$ . Consideriamo ora, in relazione al nostro esempio, una matrice quadrata con 4 righe e 4 colonne, ovvero con tante righe e tante colonne quante sono le file di della colonna di soldati:

$$M = \begin{matrix} & a & b & c & d \\ a & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ b \\ c \\ d \end{matrix}$$

Ognuna delle celle della matrice  $M$  è stata riempita con una delle due cifre appartenenti all'insieme  $\{0, 1\}$  che possono essere considerate dei numeri, ed è ciò che in effetti faremo nelle prossime pagine, ma che in realtà esprimono dei valori logici di verità (1) e di falsità (0). Ognuna delle celle della matrice può quindi essere vista come una particolare transizione di stato: la cella posta all'intersezione fra la riga  $a$  e la colonna  $d$  potrà esprimere la transizione fra queste due file di soldati; il fatto poi che essa riporti uno 0 al suo interno indicherà dunque che è impossibile che all'interno del sistema che stiamo considerando il segnale compia un balzo passando direttamente dalla prima all'ultima fila senza passare prima per le file intermedie. L'unica transizione possibile e ammessa (e dunque vera) è quella che dallo stato  $a$  conduce allo stato  $b$  del sistema. Ciò che viene dunque dichiarato dalla prima riga della matrice  $M$  è che se il segnale parte dalla prima fila di soldati esso passerà poi alla seconda. La seconda riga stabilisce che se il segnale si trova nella seconda fila di soldati, allora esso transirà alla terza e così di seguito. L'ultima riga di  $M$  stabilisce che una volta giunto nell'ultima fila il segnale vi rimarrà indefinitamente, si tratta dunque di un modo come un

altro per stabilire che il segnale si arresta quando raggiunge l'ultima fila. *Che cos'è dunque una matrice nell'attuale contesto? si tratta, in effetti, di un insieme di istruzioni che determinano a partire dallo stato presente del sistema quale debba essere il suo stato futuro.* Se si vuole, si può guardare ad una matrice come ad una sorta di programma molto elementare in cui si determinano, in astratto, tutte le diverse transizioni che un dato sistema può subire, e poi per ciascuna di esse si stabilisce quale sia ammessa, quale possa realizzarsi, e quale no. Il processo che si è formalizzato per merito della matrice  $M$  può essere schematizzato anche attraverso un grafo come segue:



che conterrà in sé tutte le informazioni presenti nella matrice  $M$ . Ci troviamo dunque ora nella condizione di saper definire tutte le transizioni ammesse all'interno del sistema, ma non sappiamo ancora a cosa applicare questo insieme di istruzioni. La matrice  $M$  descrive, infatti, come il segnale si muove, come esso transisce da uno stato ad un altro; tuttavia affinché si abbia una transizione si deve conoscere dove il segnale, ad un dato istante, si trovi. Assumeremo dunque che il segnale prenda inizio dalla prima fila, dalla fila  $a$ ; come rappresentare in termini matriciali questo fatto? Ciò viene compiuto attraverso una speciale matrice che viene detta vettore riga:

$$s = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Un vettore riga non è dunque altro che una riga di numeri reali (anche se noi per il momento considereremo solo 0 e 1). A differenza della matrice  $M$  il vettore  $s$  descrive non come si compiano le transizioni all'interno del sistema, ma in quale stato si trovi il sistema ad un dato momento. Per riprendere l'esempio di processo storico ideale prodotto da de Saussure la matrice  $M$  rappresenta le regole del gioco degli scacchi, in essa sono contenute le informazioni sul modo in cui i pezzi della scacchiera si possono muovere da una data posizione ad un'altra; il vettore  $s$  al contrario descrive lo stato di una data partita, descrive una fase di gioco, quando i due giocatori sono intenti a pensare alle loro mosse e tutte le pedine sono ferme sul tavolo. È evidente allora come per conoscere una possibile evoluzione di una data situazione di gioco occorre considerare da una parte la disposizione dei pezzi sulla scacchiera, dall'altra le possibili mosse consentite dalle regole. Dunque il vettore  $s$  verrà ad indicare ciò che nella presentazione dell'esempio di de Saussure si era detta struttura, mentre la matrice  $M$  viene a descrivere ciò che in quella sede si era indicato con il termine di meccanica. La meccanica dell'esempio di Bloch vuole allora che il segnale passi dalla prima fila di soldati alla

seconda; come allora ottenere questo risultato? tutto ciò è reso possibile da una particolare operazione detta di *prodotto matriciale*: se dunque si decide di indicare con la lettera latina minuscola  $s_1$  un dato vettore riga e con la lettera latina maiuscola  $M$  una data matrice, il prodotto matriciale  $s_2$  fra queste due entità potrà essere indicato come:

$$s_1 \times M = s_2 \quad (1)$$

il che corrisponde a scrivere:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

*Dunque l'operazione di prodotto matriciale è quell'operazione che ci consente di derivare dalla conoscenza della struttura presente di un dato sistema e dalla sua meccanica, quale sarà la struttura futura del sistema.*

Nel caso che stiamo considerando il prodotto matriciale ha consentito di stabilire come, dato il vettore  $s_1$  e la matrice  $M$ , risulti possibile descrivere un nuovo sistema, quello descritto appunto dalla struttura  $s_2$  in cui il segnale risulta ormai passato dalla prima alla seconda fila. Poiché dunque l'operazione di prodotto matriciale consente di applicare una meccanica ad una struttura e così di modificarla fino ad ottenere da essa una nuova struttura, occorrerà prestare qualche attenzione a questa operazione. Occorre premettere che nel caso qui analizzato si è calcolato il prodotto matriciale tra un vettore e una matrice, ma che tale tipo di operazione può altrettanto bene essere applicato fra due matrici. Considereremo dunque inizialmente questa seconda situazione. La Figura 2 descrive il modo in cui si è compiuto il prodotto matriciale tra una matrice con tre righe e quattro colonne (in basso sulla sinistra) e una seconda matrice con tre colonne e quattro righe (in alto a destra). Il risultato di tale operazione è dato da una terza matrice quadrata con tre righe e tre colonne. La logica dell'operazione di prodotto matriciale è quella di moltiplicare fra loro ad uno ad uno gli elementi contenuti in una riga della prima matrice per

gli elementi contenuti nella seconda, e di sommare i risultati di tutti questi prodotti. Il risultato così ottenuto viene quindi collocato nella terza matrice nel modo mostrato nella Figura 2. Simbolicamente il prodotto matriciale può venire così descritto:

$$\begin{aligned} (A \times B)_{22} &= \sum_{i=1}^4 a_{2i} \times b_{i2} \\ &= a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} + a_{23} \times b_{32} + a_{24} \times b_{42} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
 \underline{A \times B = C} \quad B = \left( \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{array} \right) \\
 \downarrow \\
 A = \left( \begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc} 70 & 80 & 90 \\ 158 & \boxed{184} & 210 \\ 246 & 288 & 330 \end{array} \right) = C
 \end{array}$$

Figura 2: Si moltiplicano in ordine gli elementi della riga 2 della prima matrice per gli elementi della colonna 2 della seconda; la somma di tali prodotti formerà il contenuto della cella 2,2.

$$\begin{aligned}
 &= 5 \times 2 + 6 \times 5 + 7 \times 8 + 8 \times 11 \\
 &= 184
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

In riferimento alla Figura 2 ciò significa che occorre moltiplicare il primo elemento della riga evidenziata per il primo elemento della colonna evidenziata, quindi moltiplicare fra loro il secondo elemento della riga per il secondo della colonna, e procedere di questo passo fino a che non si siano completati tutti i prodotti. Al termine di questa prima fase si compie quindi la somma di tutti questi prodotti. Il risultato sarà dunque una nuova matrice che avrà tante righe quante sono le righe della prima matrice, e tante colonne quante quelle della seconda. L'ordine in cui due matrici vengono moltiplicate fra loro è rilevante per l'operazione di prodotto matriciale e viene a distinguere questa operazione da quella nota di prodotto fra numeri reali: se infatti  $5 \times 6 = 6 \times 5 = 30$ , ciò non è più vero nel caso del prodotto matriciale, perché in generale  $M \times N \neq N \times M$ . Anzi, in generale non è possibile definire l'operazione di prodotto matriciale fra due qualsiasi matrici, in quanto, affinché tale operazione abbia significato, *occorre che il numero delle colonne della prima matrice sia uguale a quello delle righe della seconda matrice; se tale condizione non sussiste l'operazione di prodotto matriciale perde di significato*. L'operazione di prodotto matriciale è definita dunque solo se il numero delle righe della matrice di sinistra uguaglia quello delle colonne della matrice di destra e comunque, in generale, non è commutativa.

L'operazione di prodotto matriciale condivide con l'operazione di prodotto fra numeri reali la proprietà associativa, per i reali si ha infatti che:  $3 \times (4 \times 5) = (3 \times 4) \times 5$ . Lo stesso vale per il prodotto matriciale per cui risulta che:  $M \times (N \times L) = (M \times N) \times L$ . Nel caso per noi rilevante di una



matrice quadrata che venga moltiplicata per se stessa  $n$  volte si utilizzerà allora la normale simbologia utilizzata anche per l'operazione di prodotto definita sui numeri reali, ovvero:

$$M^1 = M$$

$$M^3 = M \times M \times M$$

$$M^5 = M \times M \times M \times M \times M$$

e così via. È in effetti questa una possibilità che ci è data dal fatto che l'algebra definita dal prodotto matriciale gode della proprietà associativa. Per snellire un poco la notazione converrà introdurre un'ulteriore operazione d'uso frequente nel calcolo matriciale: l'operazione di trasposizione di una matrice. Trasporre una matrice significa semplicemente invertirne le righe con le colonne; si dirà allora che la matrice  $T$  è la trasposta della matrice  $M$  se la  $i$ -esima colonna di  $T$  è identica alla  $i$ -esima riga di  $M$ . Un esempio varrà a chiarire questo tipo di operazione:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \quad t(M) = T = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 11 \\ 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$$

Figura 3: Trasposizione di una matrice

Possiamo ora finalmente tornare al nostro problema originario che consisteva nel calcolare il tragitto di un segnale attraverso le file che compongono una colonna di soldati, ovvero di risolvere il problema descritto dall'equazione (1).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In tale contesto il vettore riga indica che il segnale parte dalla testa della colonna, mentre la matrice descrive il tipo di transizioni che il segnale compirà, e come dunque evolverà il sistema. Per effettuare il calcolo disporremo ora, come precedentemente proposto, il vettore riga e la matrice di transizione su piani sfalsati come mostrato dalla Figura 4.

Come si vede l'unico risultato differente da zero viene restituito in corrispondenza del prodotto delle celle del vettore riga e della seconda colonna della matrice di transizione, e ciò porta ad ottenere un nuovo vettore riga con un simbolo 1 nella seconda cella.

$$\boxed{s_1 \times M = s_2} \quad M = \left( \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$s_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad (0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0) = s_2$$

Figura 4: Il segnale passa dalla prima alla seconda fila di soldati

$$\boxed{s_2 \times M = s_3} \quad M = \left( \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$s_2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0) \quad (0 \ 0 \ 1 \ 0) = s_3$$

Figura 5: Il segnale passa dalla seconda alla terza fila di soldati

Se ora si ripeterà nuovamente l'operazione applicando a questo nuovo vettore riga la meccanica del processo (moltiplicando dunque  $s_2$  per la matrice di transizione  $M$ ) si otterrà un'ulteriore transizione del segnale (cfr. Figura 5). Il nuovo vettore riga riporterà ora un 1 nella terza cella, il che rappresenterà che il segnale è arrivato nella terza fila di soldati. Ciò che dunque si è mostrato è che se si vuole calcolare l'evoluzione indefinita del sistema dal primo istante in cui lo si considera in poi, occorre procedere ricorsivamente come segue:

$$\begin{aligned} s_1 \times M &= s_2 \\ s_2 \times M &= s_3 \\ s_3 \times M &= s_4 \\ &\dots \\ s_{n-1} \times M &= s_n \end{aligned} \tag{3}$$

Tuttavia, poiché sappiamo che il vettore riga  $s_2$  è dato da  $s_1 \times M$ , possiamo allora riscrivere la seconda equazione come segue:

$$s_1 \times M \times M = s_3$$

In base ad un analogo ragionamento potremo riscrivere la terza equazione ponendo al posto di  $s_3$  l'equazione che si è appena ricavata, e dunque:

$$s_1 \times M \times M \times M = s_4$$

In questo modo, utilizzando la proprietà associativa del prodotto matriciale, si dimostra che:

$$s_n = s_1 \times M^{n-1}$$

In questo modo si è sviluppata una forma di calcolo che ci permette di prevedere in quale fila di soldati verrà a trovarsi il segnale dopo che il processo abbia attraversato  $n$  fasi. Potremo così calcolare che dopo la prima iterazione del processo il segnale si troverà nella seconda fila, dopo la seconda, nella terza ecc. ecc. Certo tutto questo poteva essere predetto senza ricorrere al concetto di struttura, di meccanica, e senza passare attraverso l'algebra delle matrici. Il motivo per cui, in realtà, si è modellizzato un processo tanto semplice in un modo che deve apparire tanto complicato è che esso permetterà ora di risolvere in modo semplice problemi complicati. Si proverà infatti ora ad affrontare un problema più complesso in modo in tutto analogo a quanto mostrato per il segnale trasmesso attraverso la colonna di soldati.

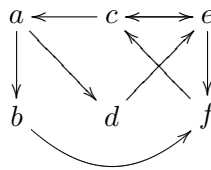


Figura 6: Un labirinto ergodico

Immaginiamo dunque di avere una sorta di labirinto come quello rappresentato schematicamente nella Figura 6 e di lasciare andare una biglia dal punto  $a$ . Supponiamo poi che la biglia, spinta da una forza misteriosa, tutte le volte che si trovi di fronte ad una biforcazione abbia il 50 per cento delle possibilità di andare da una parte, e 50 di andare dall'altra. Se la biglia viene dunque introdotta nel sistema dal punto  $a$  allora si affermerà che dopo un'iterazione si avrà il 50 per cento di possibilità di trovare la biglia in  $b$  e il cinquanta per cento di possibilità di ritrovarla in  $d$ . Supponiamo, per il momento, che la biglia spinta dalla forza misteriosa si sia orientata verso  $b$ ; nelle successive due iterazioni del processo la biglia dovrà necessariamente orientarsi in  $c$  passando per  $f$ . Giunta che sia in  $c$  la biglia si troverà ancora una volta nella condizione di decidere se tornare in  $a$ , oppure proseguire il viaggio alla volta di  $e$ , e così via. Il problema che si vuole risolvere è quello di determinare quale sia la probabilità di trovare la biglia, dopo che siano trascorse  $n$  iterazioni del processo, nella posizione, poniamo,  $e$ . Come si vede la logica del problema è in tutto simile a quella individuata nell'esempio di

Bloch concernente la fila di soldati, eppure la complessità della situazione impedisce di giungere ad una soluzione del problema per via intuitiva. Il problema può tuttavia essere facilmente risolto per mezzo degli strumenti concettuali appena presentati. Si inizi infatti determinando la struttura del sistema nella sua condizione d'origine; poiché si è supposto che inizialmente la biglia si trovi nella posizione  $a$ , e poiché il sistema presenta 6 diverse possibili alternative  $\{a, b, c, d, e, f\}$ , si potrà rappresentare la struttura iniziale del nostro sistema attraverso un vettore riga con 6 celle:

$$s_1 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In  $s_1$ , naturalmente, l'1 indica che allo stato d'inizio la biglia si trova nella posizione  $a$ . Definita la struttura iniziale del sistema occorre poi indicare in che modo la biglia possa passare da una posizione all'altra, ovvero come evolva nel tempo il sistema. La meccanica del sistema dovrà dunque essere descritta da una matrice  $6 \times 6$ , ovvero da una matrice con 6 righe e 6 colonne per un totale di 36 celle, ciascuna delle quali relativa ad uno specifico tipo di transizione fra una posizione e l'altra.

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Attraverso la matrice  $M$  si descrive dunque la meccanica del sistema che si sta considerando e che si era rappresentata attraverso il grafo della Figura 6. È questo un tipo di matrice che seppure identica ai tipi di matrice già visti, prende all'interno del calcolo delle matrici e del calcolo delle probabilità il nome particolare di *matrice stocastica*. La particolarità di una matrice stocastica è che i valori contenuti in ciascuna riga sono, appunto, delle probabilità e dunque la somma dei valori di ciascuna riga dà come risultato invariabilmente 1. Si è stati costretti, in questo frangente, a fare impiego di una tale matrice, perché il sistema che si vuole descrivere contiene al suo interno dei "bivi"; la biglia può compiere, in altri termini, delle scelte libere che non possiamo determinare a priori. La prima riga di  $M$  descrive così il fatto che la biglia ha probabilità 0,5 di transire in  $b$ , oppure in  $d$ , mentre ogni altra forma di transizione risulta interdetta (probabilità 0). Avendo determinato la struttura iniziale del sistema e la sua meccanica, siamo ora in grado di conoscere quale sia la probabilità che la biglia, dopo  $n$  iterazioni si venga a trovare in  $e$ , perché tale probabilità sarà contenuta nel vettore:

$$s_n = s_1 \times M^{n-1}$$

ovvero, per  $n = 10$  si ha:

$$s_{10} = s_1 \times M^9$$

Il calcolo effettivo di quest'ultima equazione è stata effettuata attraverso un elaboratore elettronico, e tuttavia, con un poco di pazienza può essere effettuata secondo la procedura di calcolo manuale che si è illustrata nelle pagine precedenti. Il risultato che si è ottenuto è:

$$s_{10} = \left( 0,148 \quad 0,098 \quad 0,262 \quad 0,098 \quad \boxed{0,211} \quad 0,184 \right)$$

Dunque la probabilità di trovare la nostra biglia nella posizione  $e$  dopo 10 iterazioni è 0,211. Naturalmente è possibile estendere nel tempo questo tipo di analisi e porsi, ad esempio, la domanda su quale sia la probabilità che dopo 30 iterazioni la biglia venga a trovarsi in  $e$ , e attraverso lo stesso sistema applicato finora si scoprirà che tale probabilità è data dal seguente vettore riga:

$$s_{30} = \left( 0,148 \quad 0,074 \quad 0,296 \quad 0,074 \quad \boxed{0,222} \quad 0,185 \right)$$

La probabilità da noi ricercata è ora di 0,222, un valore stranamente prossimo a quello trovato in precedenza. Se ora prolunghiamo ancora il processo e calcoliamo quale sia la probabilità che la biglia si trovi nella posizione  $e$  dopo 40 iterazioni del processo si scoprirà un'importante proprietà della meccanica che stiamo considerando:

$$s_{40} = \left( 0,148 \quad 0,074 \quad 0,296 \quad 0,074 \quad \boxed{0,222} \quad 0,185 \right)$$

Come si vede dopo 40 iterazioni la probabilità di trovare la nostra biglia nella posizione  $e$  è identica a quella che si era ottenuta dopo 30 iterazioni. Anzi, l'intero vettore  $s_{30}$  sembra essere uguale al vettore  $s_{40}$ . In realtà così non è, e i due vettori, a rigor di termini, sono differenti, sono cioè differenti le diverse probabilità riportate. Ciò che è accaduto è che si sono approssimati i valori di queste probabilità a tre cifre decimali, e dunque ciò che si è riscontrato è che tra la trentesima e la quarantesima iterazione le differenze nelle probabilità dei due vettori sono inferiori ad un millesimo. In altre parole più il processo procede nel tempo, più le probabilità di due vettori relativi a due fasi successive diventano simili fra loro, e tuttavia il processo convergerà solo all'infinito. Questa caratteristica della meccanica che si è considerata è chiamata *ergodicità* ed è qualcosa di intimamente legato all'idea intuitiva di evoluzione: se qualcosa evolve, allora quel qualcosa forma in genere un processo ergodico.

Esiste un altro modo, equivalente a quello che si è qui esposto, di giungere

alla definizione di ergodicità. Invece di affrontare la questione di quale fosse la probabilità di raggiungere lo stato  $c$  se la nostra biglia era collocata inizialmente in  $a$ , avremmo potuto domandarci se fosse più probabile, dopo 10 iterazioni, giungere in  $c$  a partire da  $a$ , oppure da  $f$ . Avremmo, in altri termini, potuto considerare la questione di quanto influisce la posizione di partenza, il partire da  $f$  anziché da  $a$ , sulla probabilità di giungere in  $c$ . Per rispondere a questa domanda non vi è altro modo, allo stato attuale, che di ripetere i calcoli già effettuati nell'ipotesi che il processo avesse inizio in  $a$ , ponendo tuttavia questa volta l'origine in  $f$ . Nella Tabella 1 sono riportati i risultati di queste elaborazioni.

Iterazione	Inizio da $a$	Inizio da $f$
1	0,00	0,00
2	0,00	1,00
3	0,00	0,00
4	0,75	0,25
5	0,25	0,25
6	0,19	0,44
7	0,25	0,25
8	0,39	0,27
9	0,30	0,30
10	0,26	0,32
11	0,29	0,29
12	0,32	0,29
13	0,30	0,30
14	0,29	0,30
15	0,29	0,29
16	0,30	0,29
17	0,30	0,30
18	0,29	0,30
19	0,30	0,30
20	0,30	0,30
21	0,30	0,30
22	0,30	0,30
23	0,30	0,30
24	0,30	0,30
25	0,30	0,30

Tabella 1: Un processo ergodico. Probabilità, al crescere delle iterazioni, di giungere in  $c$  partendo da  $a$  o da  $f$ .

Confrontando questa nuova serie di dati ottenuti supponendo che la biglia si trovasse al momento d'origine del processo nella posizione  $f$  con i dati della serie precedente nella quale si era invece assunto che il processo

avesse inizio in  $a$ , si scopre come il sistema risenta ancora di questa variazione iniziale dopo 10 iterazioni, ma che già dopo la ventesima iterazione il processo ha completamente dimenticato da dove avesse avuto origine. Sia che si inizi il processo da  $a$ , sia che lo si inizi da  $f$ , se si ha la pazienza di aspettare, si verificherà come il punto d'origine del processo diventi gradualmente ininfluente: la probabilità di raggiungere  $e$  a partire da  $a$  o a partire da  $f$ , all'aumentare delle iterazioni diviene la medesima, diventa una caratteristica, per così dire, assoluta del sistema.

I sistemi che non risentono del punto d'inizio del processo, e che perciò convergono su una struttura stazionaria, si dicono appunto, ergodici. Il vettore che rappresenti questa condizione di stazionarietà del sistema viene detto *autovettore* della matrice, o anche *distribuzione stazionaria della matrice*.

L'esistenza per la meccanica che si è considerata di un autovettore è qualcosa che non avremmo potuto arguire senza i tre concetti che si sono definiti in questo paragrafo: quello di struttura, meccanica e prodotto matriciale. Ciò che dunque abbiamo scoperto è che la meccanica rappresentata dal grafo della Figura 6 possiede un autovettore, o, se si vuole, una distribuzione stazionaria.

È vero che per ogni meccanica esista un autovettore? No, in generale questo non è vero. Per convincersene occorre semplicemente modificare leggermente la meccanica rappresentata dalla Figura 6 e ottenere in questo modo la meccanica rappresentata nella Figura 7.

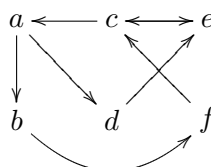


Figura 7: Un labirinto periodico

La meccanica della Figura 7 si distingue da quella della Figura 6 per un arco mancante: in particolare nella meccanica qui proposta è stato eliminato l'arco che congiungeva lo stato  $e$  allo stato  $f$ . Si verificherà ora come questa piccola modifica induca una trasformazione nel comportamento dell'intero sistema:

Nella Tabella 2 si sono riportate le probabilità di giungere allo stato  $d$  dopo un determinato numero di iterazioni se si parte dallo stato  $b$ , oppure da  $f$ . Come è facile mettere in evidenza il processo non converge, perché se si parte da  $b$  dopo 20 iterazioni la probabilità per la biglia di trovarsi in  $d$  è 0, mentre partendo da  $f$  tale probabilità diviene di 0,17.

Ciò significa che il sistema che si è formato eliminando il collegamento che portava da  $e$  a  $f$  risentirà per l'eternità del suo punto d'origine; è insomma un sistema che se la lega al dito. Abbiamo trovato dunque che il sistema

Iterazione	$b \rightarrow d$	$f \rightarrow d$
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0,25
5	0,25	0
6	0	0,13
7	0,13	0
8	0	0,19
9	0,19	0
10	0	0,16
11	0,16	0
12	0	0,17
13	0,17	0
14	0	0,16
15	0,16	0
16	0	0,17
17	0,17	0
18	0	0,17
19	0,17	0
20	0	0,17

Tabella 2: Un processo periodico. Probabilità, al crescere delle iterazioni, di giungere in  $d$  partendo da  $b$  o da  $f$ .

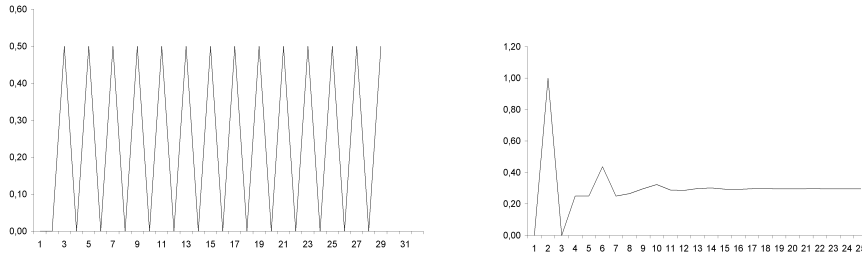
che si è formato attraverso l'eliminazione dell'arco che congiungeva  $e$  e  $f$  è un sistema *periodico*.

Uno dei più importanti risultati della teoria delle catene di Markov – il teorema di Markov – permette di determinare in astratto le condizioni generali che distinguono fra loro i sistemi periodici dai sistemi ergodici. La periodicità del sistema rappresentato in Figura 7 poteva essere identificata a priori osservando, ad esempio, come all'interno del sistema compaiono degli *stati periodici*: consideriamo, infatti, in quanti diversi modi è possibile tornare allo stato  $a$  partendo da  $a$ . I due tragitti più brevi che risolvono il problema sono descritti nella Figura 9: come si può facilmente osservare entrambi i cicli hanno la medesima lunghezza pari a 4 e dunque la biglia certamente non potrà tornare in  $a$  prima che siano trascorse 4 iterazioni.

Tuttavia nulla impedisce alla biglia di compiere attraverso il sistema un percorso più tortuoso di quelli che si sono appena descritti per tornare al punto di partenza. La biglia potrebbe poter compiere dei tragitti come quelli descritti dalla Figura 10.

In questo caso i cicli compiuti dalla biglia per tornare al punto d'origine risultano essere lunghi 6, dunque la biglia potrà tornare al punto d'origine





(a) Prob. di passare da (e) a (b) al crescere delle iterazioni in un sistema periodico  
 (b) Prob. di passare da (f) a (c) al crescere delle iterazioni in un sistema ergodico

Figura 8: Sistemi periodici e sistemi ergodici

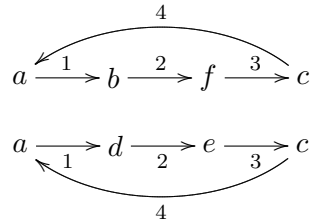


Figura 9: Due cicli di  $a$  lunghi 4

dopo 4 iterazioni oppure dopo 6. Procedendo ancora secondo questo schema di pensiero si giunge facilmente alla conclusione che la biglia potrà tornare al punto d'origine (cioè in  $a$ ) dopo un numero di iterazioni pari:

$$4, 6, 8, 10, 12 \dots$$

ovvero che lo stato  $a$  ha *periodicità* 2. L'esistenza di uno stato periodico all'interno del nostro sistema è per noi condizione necessaria e sufficiente per affermare che il sistema che si sta considerando non può essere ergodico, il che ci porta al teorema di Markov:

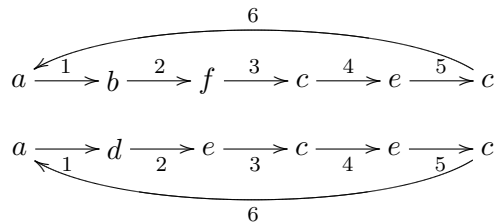


Figura 10: Due cicli di  $a$  lunghi 6

- Se in un sistema tutti gli stati *comunicano* fra loro, ovvero si può raggiungere un dato stato a partire da un qualunque altro stato del sistema
- e se nessuno degli stati del sistema è periodico (ovvero se tutti gli stati hanno periodicità 1)
- allora il sistema è ergodico

Ci si può ora domandare se oltre ai sistemi periodici e ai sistemi ergodici esistano altre classi di processi stocastici che non ricadano all'interno di queste categorie. La risposta a questa domanda è affermativa, e in effetti è già stato presentato un processo di questo tipo che non può venire classificato né come ergodico, né come periodico; ci si riferisce all'esempio di Bloch riguardante la trasmissione di un segnale attraverso una fila di soldati. Questo sistema non è ergodico poiché il punto di partenza è rilevante per poter calcolare dove si troverà il segnale dopo  $n$  iterazioni: se il segnale parte dalla prima fila, dopo  $n$  iterazioni il segnale sarà infatti giunto nella fila  $n+1$ , mentre se il segnale fosse partito dalla seconda fila esso verrebbe a trovarsi dopo  $n$  iterazioni nella posizione  $n + 2$ . Il segnale non è poi periodico, perché non farà mai ritorno al punto di partenza.

In conclusione esistono tre grandi classi di processi storici (markoviani):

1. I processi ergodici
2. I processi periodici
3. I processi che non sono né periodici né ergodici

## 4 Processi storici reali

Finora l'insieme dei processi storici che siamo stati in grado di identificare risulta essere molto limitato; a ben vedere fino a questo punto siamo in grado di affermare solamente come un segnale che si propaghi lungo le file di una colonna di soldati, una partita a scacchi, e la copia successiva di un dato testo sono processi che godono tutti della condizione di Markov; non è molto. Siamo ancora lontani, dunque, dal poter affermare di saper risolvere i problemi identificati nel primo paragrafo di questo lavoro. Lo scopo di questa sezione è quella di introdurre all'analisi di alcuni importanti processi storici che si svolgono nelle popolazioni. In particolare saremo interessati a comprendere cosa determini, ad una data epoca, la struttura per età di una data popolazione.

È questo un problema di una certa rilevanza per l'analisi storica e sociale, come risulta facile arguire riflettendo su quanto spazio sia occupato sui giornali dalla tematica dell'invecchiamento della popolazione e sugli effetti che

tale processo produce sui sistemi pensionistici e di welfare. Il processo che ha portato le popolazioni occidentali a subire un irreversibile processo di invecchiamento è un processo che inizia, in realtà, alcuni secoli addietro, grosso modo, intorno alla metà del Settecento. In quest'epoca, almeno per quanto riguarda la vicenda storica europea, inizia una fase di riduzione della mortalità che continuerà, con alterne vicende, fino all'epoca presente. La riduzione della mortalità produsse, durante quest'epoca, uno scarto consistente tra i valori della mortalità stessa e della natalità; nascevano dunque ogni anno più individui di quanti ne morissero. In relazione a questo scarto fra valori della mortalità e valori della natalità le popolazioni europee (con alcune significative eccezioni) cominciarono a crescere impetuosamente fino a che, intorno agli ultimi decenni del XIX secolo, anche la natalità prese a ridursi. Il cambiamento nella struttura della fecondità e nella struttura della mortalità indussero nelle popolazioni europee un innalzamento dell'età media, ciò che in effetti viene detto invecchiamento della popolazione. Tale fenomeno appare in via di stabilizzazione proprio nell'epoca presente, nelle popolazioni di cui noi stessi siamo oggi una parte. L'importanza di questo cambiamento è, evidentemente, epocale, perché esso muta alla radice uno degli aspetti di base dell'intera architettura sociale. Ogni popolazione, infatti, ogni società, si basa su meccanismi di sostituzione che permettono di sostituire, appunto, le generazioni passate con le nuove generazioni. Su tali processi di sostituzione si basa una parte rilevante della capacità delle società di cambiare e di evolvere e di farsi progressivamente altre da sé. Il fatto allora di essere passati da società nelle quali i processi di sostituzione erano molto rapidi, perché vi erano molte morti e molte nascite, ad altre in cui tali processi di sostituzione sono lenti, poiché vi sono poche nascite e poche morti, indica il passaggio da società, per così dire, in ebollizione, a società più vischiose in cui la sostituzione generazionale è più difficoltosa. Dunque considerare il cambiamento storico nella struttura per età delle popolazioni significa comprendere uno dei fattori più importanti alla base dell'evoluzione dell'intera architettura sociale.

Ciò che si tenterà di mostrare in questa sezione è come il meccanismo di sostituzione di una popolazione possa essere interamente ricondotto ad un processo markoviano e come da questo tipo di formalizzazione possano trarsi delle procedure di calcolo che permettono di comprendere quali siano i fattori che determinano la struttura per età delle popolazioni di cui noi, oggi, facciamo parte.

#### 4.1 Processi d'estinzione

Tutto inizia, paradossalmente, dalla mortalità: è nello studio del processo di eliminazione per morte dei componenti di una data generazione che si afferma il primo studio di un processo storico in termini quantitativi e probabilistici. I primi studi di questo tipo appartengono addirittura all'epoca

tardo imperiale, ma è generalmente ammessa come valida l'affermazione secondo cui furono gli aritmetici politici inglesi del XVIII secolo ad approntare, per la prima volta, degli strumenti realmente efficaci per lo studio di questo fenomeno. Ancora oggi le tavole di mortalità di una popolazione non si distinguono in misura rilevante, almeno da un punto di vista concettuale, dalle prime tavole di mortalità di Petty.

Il processo risulta essere molto semplice, oltre che, sfortunatamente, ben noto. Supponiamo di conoscere l'insieme  $G_0$  di nascite verificatesi in un dato anno (ad esempio il 1900) e supponiamo quindi di considerare l'insieme  $G_1$  di tutti coloro che sono nati in quel dato anno e che sono giunti in vita al primo compleanno. Risulta ora evidente come, generalmente, questi due insiemi ( $G_0$  e  $G_1$ ) siano fra loro diversi, poiché dal momento della nascita e fino al primo compleanno un certo numero di bambini sarà morto. Allo stesso modo se definiamo un terzo gruppo  $G_2$  come l'insieme di quegli individui che sono nati in quel dato anno e che sono stati in grado di raggiungere in vita il secondo compleanno potremo dire che, in generale,  $G_2$  sarà diverso sia rispetto a  $G_1$  che rispetto a  $G_0$ : più precisamente si potrà affermare che  $G_2$  è un sottoinsieme di  $G_1$  che a propria volta è un sottoinsieme di  $G_0$ . E naturalmente si potrà continuare in questo modo definendo i gruppi  $G_4, G_5, \dots, G_n$ .

Mettendo in relazione il numero di individui sopravvissuti ad un dato compleanno con quelli in vita al compleanno precedente si ottiene ciò che in demografia viene generalmente chiamata una *probabilità di sopravvivenza*:

$$\begin{aligned}
 l_0 &= p(G_1|G_0) = \frac{\#G_1}{\#G_0} \\
 l_1 &= p(G_2|G_1) = \frac{\#G_2}{\#G_1} \\
 &\dots \\
 l_{n-1} &= p(G_n|G_{n-1}) = \frac{\#G_n}{\#G_{n-1}}
 \end{aligned}$$

Il simbolo "#" indica la *cardinalità* di un insieme, ovvero il numero di elementi che lo formano: in questo modo, dunque, la notazione  $\#G_0$  indicherà il numero originario di individui della nostra generazione, ovvero il numero dei nati nell'anno 1900. Con la notazione  $p(G_n|G_{n-1})$  si definisce invece una *probabilità condizionata*, ovvero si rappresenta una proposizione come la seguente:  $l_{n-1}$  è la probabilità di sopravvivere fino a  $n$  anni *se* (questo "se" è rappresentato dalla barra verticale "|") si è giunti in vita fino all'età  $n - 1$ . Allo stesso modo avremmo allora potuto indicare la probabilità  $l_{1-5}$  di giungere in vita al quinto compleanno *se* si è giunti in vita al primo, attraverso la notazione:  $p(G_5|G_1)$  dato dal rapporto  $\#G_5 / \#G_1$ .

Il processo che stiamo descrivendo è eminentemente markoviano, poiché la probabilità di giungere ad un compleanno  $h$  dipende strettamente dal fatto

di essere giunti in vita al compleanno  $h - 1$ . Se dunque si vuole prevedere quanti individui giungeranno in vita al loro diciannovesimo compleanno, la migliore previsione di tale numero potrà essere compiuta in relazione alla conoscenza di quanti individui siano giunti in vita al loro diciottesimo compleanno, il che significa semplicemente che il numero più prossimo a quello dei sopravvissuti al diciannovesimo compleanno è, lapalissianamente, quello dei sopravvissuti al diciottesimo compleanno. Da un punto di vista matematico più rigoroso la condizione di Markov può essere allora espressa come segue:

$$p(G_n|G_{n-1}, G_{n-2}, \dots, G_0) = p(G_n|G_{n-1}) \quad (4)$$

Dove con la notazione  $p(G_n|G_{n-1}, G_{n-2}, \dots, G_0)$  e in particolare con l'uso della virgola si rappresenta la seguente proposizione: la probabilità di giungere in vita all'età  $n$  se ("|") si è giunti in vita all'età  $n - 1$  e (" , ") si è giunti in vita all'età  $n - 2$  e (" , ") ecc. ecc. <sup>1</sup>

Possiamo dunque formalizzare il processo di eliminazione per morte degli individui di una generazione attraverso il grafo 11.

$$0 \xrightarrow{l_0} 1 \xrightarrow{l_1} 2 \xrightarrow{l_2} 3 \longrightarrow \dots \longrightarrow n - 1 \xrightarrow{l_{n-1}} n$$

Figura 11: Processo di eliminazione degli individui di una generazione

Come si vede il tipo di formalizzazione che si è ottenuta è molto simile a quella considerata nell'esempio del segnale che fluisce attraverso la colonna

<sup>1</sup>In realtà l'equazione può essere dimostrata. L'espressione  $p(G_h|G_{h-1})$  è definita, infatti, all'interno del calcolo delle probabilità come:

$$p(G_h|G_{h-1}) = \frac{\#(G_h \cap G_{h-1})}{\#G_{h-1}}$$

poiché  $G_h \subseteq G_{h-1}$  deriva che:

$$\frac{\#(G_h \cap G_{h-1})}{\#G_{h-1}} = \frac{\#G_h}{\#G_{h-1}}$$

Allo stesso modo, allora, l'espressione:

$$p(G_n|G_{n-1}, G_{n-2}, \dots, G_0) = \frac{\# \prod_{i=0}^n G_i}{\# \prod_{j=0}^{n-1} G_j} = \frac{\#G_n}{\#G_{n-1}} = p(G_n|G_{n-1})$$

Come si vede la dimostrazione del fatto che il processo di eliminazione per morte degli individui di una generazione forma un processo markoviano dipende dal fatto che:

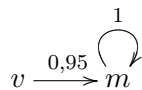
$$G_n \subseteq G_{n-1} \subseteq \dots \subseteq G_0$$

di soldati. In questo caso tuttavia il processo non è più deterministico, poiché la probabilità per un dato individuo di passare da un compleanno al successivo non è più 1, ma un numero ( $l_x$ ) minore di 1. È dunque come se stessimo descrivendo l'evoluzione di un segnale che progressivamente si indebolisce e si estingue nel tempo.

Poiché il processo considerato gode della condizione di Markov diventa ora possibile produrne una formalizzazione in termini di struttura e meccanica. Supponiamo allora, per comodità, che la probabilità di sopravvivenza  $l_x$  fra un compleanno e il successivo sia sempre uguale e pari ad una probabilità di 0,95 (dunque si avrà una probabilità del 95 per cento di riuscire a passare dal compleanno  $x$  al compleanno  $x + 1$ ). Nella più semplice formalizzazione che possiamo produrre si può affermare che il sistema che stiamo considerando gode di due soli stati: quello dell'esser vivo, e quello dell'esser morto che indicheremo attraverso i simboli  $\{v, m\}$ . Per identificare tutte le possibili transizioni fra questi due stati sarà allora sufficiente costruire una matrice  $2 \times 2$ :

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} v & m \end{matrix} \\ \begin{matrix} v \\ m \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

La matrice  $M$  indica dunque, alla prima riga, che la probabilità di rimanere in vita fra un compleanno e il successivo è 0,95, mentre la transizione dallo stato di vita a quello di morte sarà pari al complemento a 1 della probabilità di sopravvivenza, e dunque 0,05. La seconda riga stabilisce invece come la probabilità per un individuo morto di... resuscitare è 0, ovvero che la resurrezione è un evento impossibile; in conseguenza di ciò la probabilità di... rimanere morto, se si è morti, è 1 ( $1-0=1$ ). Dunque la matrice  $M$  dichiara tutto ciò che sappiamo sulla vita e sulla morte, ovvero che se si è vivi si può morire, ma se si è morti, non si può risuscitare (dove si dimostra che il calcolo delle probabilità conduce alla metafisica). Il processo descritto può dunque venire rappresentato con un grafo equivalente alla matrice  $M$ :



Stabilita la meccanica del processo in oggetto rimane da indicarne la struttura iniziale, ovvero la cardinalità dell'insieme  $G_0$ . Supporremo allora di avere una generazione iniziale di 100.000 individui e esprimeremo questo fatto grazie ad un vettore riga:

$$s = \begin{matrix} & \begin{matrix} v & m \end{matrix} \\ \begin{matrix} 100000 & 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

A questo punto per conoscere il numero dei sopravvissuti all'età  $n$  occorrerà, in virtù della condizione di Markov e di quanto visto nel precedente paragrafo, effettuare il seguente prodotto matriciale:

$$s \times M^{n-1}$$

Nella Tabella 3 si sono riportati i risultati del prodotto matriciale descritto più sopra in relazione ai primi 15 compleanni della generazione.

	v	m
$s$	100000	0
$s \times M^1$	95000	5000
$s \times M^2$	90250	9750
$s \times M^3$	85738	14263
$s \times M^4$	81451	18549
$s \times M^5$	77378	22622
$s \times M^6$	73509	26491
$s \times M^7$	69834	30166
$s \times M^8$	66342	33658
$s \times M^9$	63025	36975
$s \times M^{10}$	59874	40126
$s \times M^{11}$	56880	43120
$s \times M^{12}$	54036	45964
$s \times M^{13}$	51334	48666
$s \times M^{14}$	48767	51233
$s \times M^{15}$	46329	53671

Tabella 3: Sopravvissuti a diverse età supposta una mortalità costante al 5 per cento

Ciò che si vuole notare è come tra la tredicesima e la quattordicesima iterazione la generazione iniziale dimezzi i suoi effettivi. È questa una delle possibili misure della *cadenza* della mortalità, ovvero della rapidità con cui la generazione fittizia che stiamo studiando si estinguerà. Questa particolare misura della cadenza della mortalità prende il nome in demografia di *età mediana alla morte*. È questa una misura che gode di una particolare proprietà, poiché essa indica il momento in cui il sistema passa per il punto di massima *entropia*. Si supponga infatti di voler compiere una macabra scommessa sugli individui della nostra generazione  $G_0$ , decidendo di selezionare un individuo di questa popolazione e di scommettere se esso sia ancora in vita ad una data età. Se l'età è precedente ai 14 anni allora le probabilità di trovarlo ancora in vita saranno maggiori rispetto a quelle di trovarlo morto, e dunque converrà scommettere sulla prima ipotesi. Se al

contrario l'età considerata dovesse essere successiva ai 15 anni, allora converrebbe scommettere sul fatto che quel dato individuo sia, nel frattempo, deceduto. Solo per l'età compresa fra i 14 e 15 anni non si saprà su cosa scommettere, perché in effetti la probabilità che il nostro individuo sia vivo uguagliano quelle che egli sia morto. Dunque una possibile scommessa sullo stato di un dato individuo raggiunge la sua massima incertezza proprio nell'età 14-15 in cui la generazione si dimezza.

L'età mediana alla morte è dunque una misura del tempo che occorre al sistema che si sta considerando per arrivare al punto di massima entropia (incertezza). In demografia esistono altre misure, maggiormente utilizzate, per descrivere la cadenza della mortalità: in particolare la misura principe della cadenza della mortalità è la *speranza di vita alla nascita*: si tratta, in effetti, di una media degli anni vissuti dai diversi individui della generazione dalla sua origine (la nascita) fino alla sua completa estinzione.

Il motivo per cui all'interno di questa trattazione verrà preferita l'età mediana alla morte risiede nel fatto che essa può essere confrontata con analoghe misure della cadenza per ogni processo ergodico: è vero, in altre parole, che ogni processo markoviano ergodico passa per il punto di massima entropia, e che dunque è possibile misurarne la cadenza attraverso una misura del tempo necessario per rendersi completamente indipendente dalla sua condizione originaria. Questo tipo di misura, come si avrà modo di vedere, gode inoltre di una importante proprietà, ovvero di essere insensibile al modo in cui gli stati del sistema possono venire aggregati fra di loro. Insomma, l'età mediana alla morte è una semplice applicazione ad un semplice processo di un tipo di misura più generale, applicabile all'insieme dei processi ergodici che serve a misurare la velocità intrinseca dei processi storici.

Fino a questo momento si è considerata una situazione astratta in cui la probabilità di sopravvivenza fra un dato compleanno ed il successivo sia costante a tutte le diverse età. Nella realtà tuttavia, esiste una stretta relazione fra probabilità di morte ed età che fa sì che la mortalità sia più elevata alle basse età, fra i bambini dunque, e alle età più elevate. Questa particolare andamento della mortalità riflette una struttura biologica profonda dell'essere umano e porta la curva della mortalità ad assumere una forma vagamente simile a quella di una parabola (perché le probabilità di morte sono prima decrescenti e poi crescenti con un minimo nelle età centrali della distribuzione). Nella Tabella 4 sono rappresentate le probabilità di morte alle differenti età della popolazione secondo il genere al 1961<sup>2</sup>.

L'intero processo descritto dalla Tabella 4 può essere, naturalmente, for-

---

<sup>2</sup>Si tratta in effetti di una tavola di mortalità per contemporanei, ovvero relativa alla generazione fittizia del 1961. In questa sede si tratterà tale tavola come fosse una tavola di mortalità per generazioni



Età	$Mq_x$	$Fq_x$	Età	$Mq_x$	$Fq_x$	Età	$Mq_x$	$Fq_x$
0	45,73	37,91	37	2,3	1,49	74	62	47,76
1	3,93	3,72	38	2,45	1,6	75	68,32	53,58
2	1,76	1,6	39	2,65	1,7	76	75,09	60,15
3	1,2	1,07	40	2,9	1,85	77	82,18	67,9
4	0,93	0,8	41	3,06	2,05	78	89,67	75,27
5	0,81	0,66	42	3,3	2,2	79	99,83	82,72
6	0,73	0,57	43	3,62	2,32	80	109,27	91,78
7	0,65	0,48	44	4,07	2,42	81	119,5	101,6
8	0,58	0,42	45	4,43	2,68	82	130,56	112,21
9	0,54	0,4	46	4,83	2,9	83	142,49	123,62
10	0,54	0,38	47	5,25	3,16	84	155,33	135,84
11	0,56	0,39	48	5,79	3,37	85	169,11	148,86
12	0,59	0,38	49	6,4	3,75	86	183,86	162,65
13	0,62	0,4	50	7,12	4,07	87	199,58	177,19
14	0,69	0,41	51	7,95	4,5	88	216,29	192,41
15	0,85	0,41	52	8,88	4,89	89	233,96	208,28
16	1,02	0,45	53	9,89	5,33	90	252,56	224,7
17	1,16	0,49	54	10,98	5,77	91	272,06	241,61
18	1,29	0,52	55	12,14	6,31	92	292,38	258,91
19	1,38	0,53	56	13,49	6,89	93	313,43	276,51
20	1,37	0,57	57	14,81	7,74	94	335,09	294,3
21	1,28	0,6	58	16,15	8,57	95	357,25	312,19
22	1,29	0,64	59	17,62	9,26	96	379,75	330,09
23	1,36	0,66	60	19,34	9,94	97	402,43	347,9
24	1,44	0,68	61	21,29	11,18	98	425,14	365,55
25	1,4	0,75	62	23,09	12,38	99	447,7	382,95
26	1,36	0,81	63	24,86	13,68	100	469,96	400,04
27	1,4	0,84	64	26,88	15,09	101	491,77	416,78
28	1,44	0,84	65	29,38	16,73	102	513	433,01
29	1,49	0,87	66	31,97	18,75	103	533,56	448,99
30	1,54	0,95	67	33,9	21,13	104	553,35	464,41
31	1,61	1,01	68	36,03	23,95	105	572,31	479,34
32	1,73	1,08	69	39,47	27,01	106	590,4	493,77
33	1,81	1,13	70	43	30,08	107	1000	507,7
34	1,88	1,24	71	46,47	33,25	108	1000	521,12
35	1,96	1,29	72	50,5	36,88	109	1000	534,05
36	2,14	1,38	73	56,09	42,04			

Tabella 4: Tavola di mortalità secondo il genere della popolazione italiana al 1961

malizzato nello stesso modo in cui il processo di estinzione di una generazione è stato affrontato sotto l'ipotesi che la mortalità fosse uniforme ad ogni età. Si tratta, in questo caso di costruire tante diverse meccaniche quante sono le età che si stanno considerando. Dunque si può costruire una meccanica  $M_0$  tale da descrivere il processo tra 0 e 1 anno:

$$M_0 = \begin{matrix} & v & m \\ v & \begin{pmatrix} 0,96 & 0,04 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ m & \end{matrix}$$

E quindi procedere alla costruzione di una seconda meccanica che descriva il processo così come esso si svolge fra 1 e 2 anni:

$$M_1 = \begin{matrix} & v & m \\ v & \begin{pmatrix} 0,997 & 0,003 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ m & \end{matrix}$$

Procedendo in questo modo si giunge dunque alla descrizione dell'intero processo e si potrà dunque conoscere il numero di viventi all'età  $k$  semplicemente effettuando il seguente prodotto matriciale:

$$s \times M_0 \times M_1 \times \dots \times M_{k-1}$$

Esiste tuttavia un'alternativa preferibile rispetto alla formalizzazione che si è appena esposta: è possibile inserire tutte le informazioni contenute nella tavola di mortalità femminile mostrata nella Tabella 4 in un'unica grande matrice che descriva tutte le possibili transizioni tra un'età all'altra. Gli stati del nostro sistema, dunque, in questa nuova formalizzazione non sono più quelli dell'insieme  $\{v, m\}$ , bensì le singole età  $\{0, 1, \dots, 109\}$ :

$$\begin{matrix} \text{Eta}' & 0 & 1 & 2 & \dots & 15 & 16 & 17 & \dots & 48 & 49 & 50 & \dots & 107 & 108 & 109 \\ 0 & \left( \begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & l_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 15 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & l_{15} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & l_{16} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 48 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & l_{48} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 49 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & l_{50} & \dots & 107 & 108 & 109 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 107 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & l_{107} & 109 \\ 108 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & l_{109} \end{array} \right) \end{matrix}$$

Grazie a questa nuova matrice diviene dunque possibile rappresentare attraverso un unico oggetto matematico l'intero processo di eliminazione

subito da una generazione. La matrice  $M$  è inoltre la trasposizione in forma matriciale della meccanica rappresentata nella Figura 11. Attraverso tale oggetto diviene dunque possibile ottenere il numero di sopravvissuti ad una qualunque età effettuando semplicemente il prodotto matriciale:

$$s_n = s_0 \times M^{n-1}$$

dove naturalmente  $s_0$  rappresenta un vettore riga con 110 celle:

$$s_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 109 \\ 100000 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Si è giunti in questo modo a descrivere un processo storico reale in termini di struttura e meccanica. Certamente il processo storico individuato, quello dell'estinzione nel tempo degli individui di una generazione, è molto semplice e ancora molto schematico, eppure esso verifica come esistano degli oggetti sociali, le generazioni appunto, che possono essere formalizzati nei termini di un processo markoviano. La semplicità e la schematicità del processo analizzato dipendono, a ben vedere, dal fatto che gli individui della generazione sono stati classificati solamente in relazione alla loro età che è appunto una categorizzazione semplice e schematica. E tuttavia nulla impedisce di classificare gli individui di una generazione, o di una popolazione, nei termini di una molteplicità di diverse variabili, in relazione al loro patrimonio, ad esempio, oppure alla loro professione, oppure ancora alla posizione occupata nello spazio geografico, o ancora in relazione al numero e al tipo di relazioni che essi contraggono con gli altri individui della popolazioni. Lo studio di queste altre caratteristiche permetterà, come si avrà modo di mostrare, di affrontare problemi come quelli della formazione e della distribuzione delle ricchezze, oppure la relazione intrattenuta da una popolazione con il suo territorio, oppure ancora la struttura professionale e cetuale di una popolazione. Tutti questi problemi sono problemi eminentemente storici nel senso che hanno interessato e interessano, oggi come nel passato, chi si occupa di ricerche storiche.

## 4.2 Processi di crescita

Molto tempo fa al mercante e matematico Leonardo Fibonacci (1170-1250) venne chiesto di risolvere il seguente problema: sapendo che una coppia di conigli è sterile nel primo mese di vita ed è poi in grado di dare alla luce una nuova coppia di conigli ogni mese, quante saranno le coppie di conigli dopo che siano passati  $n$  mesi. La risposta che Fibonacci dette a questo quesito costituisce, in effetti, il primo tentativo di costruire un modello matematico che consenta di descrivere il modo in cui una popolazione si accresce nel tempo. A questo modello molto elementare seguiranno poi, in particolare nel XIX e XX secolo, modelli assai più complicati campo d'applicazione

di quegli enti matematici che vanno sotto il nome di *equazioni differenziali*. Nonostante la sua semplicità il modello di Fibonacci contiene in sé l'elemento fondamentale che è possibile ritrovare in tutte le successive modellizzazioni dei processi di crescita: la popolazione ad un dato momento del suo processo di accrescimento viene a dipendere strettamente dallo stato in cui si trovava nei momenti precedenti a quello considerato. Vediamo allora un poco più in dettaglio come Fibonacci risolse il problema che gli era stato sottoposto. Egli suppose inizialmente di avere un'unica coppia di conigli. Dunque all'istante 0 la popolazione risulta composta da un'unica coppia di conigli sterile. Passato un mese, nell'istante 1 dunque, la popolazione sarà ancora composta da un'unica coppia di conigli che però sarà ormai divenuta fertile, fatto questo che le consentirà di dare alla luce una seconda coppia di conigli nel terzo istante del processo. Nel corso del quarto mese la coppia originaria di conigli darà alla luce una nuova coppia di conigli, mentre la coppia nata nell'intervallo precedente compirà la transizione dallo stato sterile a quello fertile, il che porta a concludere che nel quarto istante del processo la popolazione sarà formata da 3 coppie di conigli. Quante coppie di conigli si avranno al termine, poniamo, della decima iterazione del processo? La soluzione può essere data in modo semplice attraverso una scomposizione del problema in termini di meccanica e struttura. Si inizierà allora stabilendo come nella vita di ciascuna coppia di conigli esistano due fasi: nella prima fase la coppia è sterile, nella seconda essa diviene fertile e mette al mondo una nuova coppia di conigli. Possiamo allora formalizzare l'intero processo attraverso una matrice  $2 \times 2$  che descriva come avvengano le transizioni fra queste due diverse fasi.

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & F \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} & & & \curvearrowright \\ & & & F \\ I & \longleftrightarrow & & \end{matrix}$$

In questo modo la prima riga della matrice verrà ad indicare che se una data coppia è infertile (I) allora essa compirà una transizione allo stato fertile (F). La seconda riga, al contrario stabilisce come una coppia che sia fertile resterà fertile e partorirà una nuova coppia infertile. Tutto l'allegro gioco della riproduzione dei conigli di Fibonacci è dunque racchiuso nella matrice di transizione che si è descritta, e sarà dunque sufficiente per far sviluppare il processo determinare la struttura iniziale della popolazione. A tale scopo si stabilirà che la popolazione iniziale di conigli, all'istante primo del processo, sia composta da una sola coppia di conigli infertile:

$$s_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & F \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} & \end{matrix}$$

Per conoscere la popolazione di conigli all'istante 10 sarà allora sufficiente (come al solito) sviluppare il seguente prodotto matriciale:

$$s_1 \times M^9 = s_{10}$$

Il che porta al seguente risultato:

$$s_{10} = \begin{pmatrix} I & F \\ 21 & 34 \end{pmatrix}$$

Al decimo istante del processo la popolazione si compone dunque di 21 coppie di conigli infertili e di 34 fertili, per un totale di 55 coppie. Non sarà privo di interesse mostrare per intero l'evoluzione della popolazione complessiva di conigli dalla prima alla decima iterazione del processo:

Mesi	Popolazione
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55

Tabella 5: I numeri di Fibonacci

Attraverso la Tabella 5 scopriamo come nel primo mese si abbia una sola coppia di conigli, nella seconda ancora 1, al terzo 2, al quarto 3, al quinto 5 e così via. È questa una delle più celebri serie numeriche della matematica. Come si può infatti constatare dalla tabella, una volta che si sia posta la condizione che nei primi due istanti del processo la popolazione è data da una sola coppia di conigli, tutti i successivi sviluppi della popolazione possono essere determinati sommando fra loro i due precedenti numeri di Fibonacci. In questo modo la popolazione al settimo istante (13) può essere ottenuta come somma della popolazione agli istanti quinto (5) e sesto (8). Molti fenomeni naturali seguono i numeri di Fibonacci: i petali di un fiore, in genere, sono un numero di Fibonacci, così come le spire delle conchiglie di molti molluschi marini; sono due numeri di Fibonacci, inoltre, il numero di merli che si trovano sulla destra e sulla sinistra della torre del Palazzo della Signoria di Firenze, e molte altre cose ancora.

La possibilità di scomporre questo processo in termini di una struttura e di una meccanica ha permesso di semplificare notevolmente la complessità del problema. Fibonacci adottò, in effetti, un approccio differente di tipo

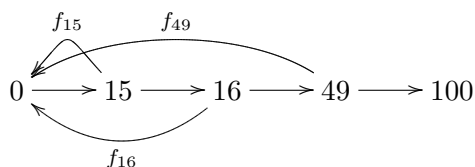
induttivo. Egli cominciò con il definire gli istanti attraversati dal processo  $T = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ; il suo problema consisteva allora nel trovare una relazione  $P$  che gli consentisse di legare ciascun istante del processo alla cardinalità (numero di elementi) della sua popolazione. Attraverso l'assunzione che all'origine dell'intero processo vi fosse una sola coppia di conigli egli poté stabilire che  $P(0,1)$  e  $P(1,1)$ , ovvero che negli istanti 0 e 1 la popolazione contasse un'unica coppia di conigli. Egli suppose poi che agli istanti  $T - 2$  e  $T - 1$  il numero delle coppie di conigli fosse rispettivamente  $X$  e  $Y$ . Risultava allora possibile ottenere la popolazione di conigli al tempo  $T$  come somma delle coppie di conigli al tempo  $T - 1$ , ovvero  $Y$ , e di tutte le nuove coppie di conigli nati nell'intervallo  $(T - 1, T)$ . Tali nuove coppie di conigli sono però tante quante sono le coppie fertili al tempo  $T - 1$ , ovvero quante erano nel loro complesso le coppie di conigli al tempo  $T - 2$ , e dunque  $X$ . Se perciò risulta  $P(T - 2, X)$  e  $P(T - 1, Y)$  allora risulterà  $P(T, X + Y)$ . Come si vede il processo logico seguito da Fibonacci è più complesso di quello cui abbiamo ridotto per merito del calcolo delle matrici il problema della crescita di una popolazione di conigli.

Attraverso i conigli di Fibonacci siamo stati in grado di guardare allo sviluppo di un processo in cui agisce la sola fecondità: si sarà infatti notato come i conigli di Fibonacci siano conigli bizzarri perché essi si riproducono, ma non muoiono. I conigli di Fibonacci sono inoltre strani perché la loro fecondità non conosce variazioni nel corso delle età: a partire dal secondo mese di vita e per l'eternità i conigli di Fibonacci continuano a mettere regolarmente al mondo una coppia di conigli al mese... e se le cose andassero davvero così, allora la Terra sarebbe il pianeta dei conigli. In realtà se dalle popolazioni di conigli passiamo alle popolazioni umane troviamo che la fecondità comincia ad un'età che si può collocare intorno ai 15 anni e può considerarsi esaurita con il cinquantesimo anno d'età. Ciascuna delle età comprese nell'intervallo 15-49 sarà poi associata ad una diversa "capacità" riproduttiva determinata in parte da fattori biologici (la fertilità decresce rapidamente a partire dall'età di 35 anni) in parte da fattori culturali (ad esempio l'età media al matrimonio). La fecondità viene abitualmente misurata attraverso degli indici molto semplici chiamati *tassi specifici di fecondità* che indicano il numero medio di figli messi al mondo in un dato anno di calendario dalle donne di una data età. Si supponga allora di voler misurare il tasso specifico di fecondità delle donne che nel 2003 avevano 25 anni ( $f_{25}$ ); per ottenere questa informazione occorre conoscere quante fossero le donne di 25 anni nel 2003 e quanti bambini esse hanno avuto nel corso di quest'anno. Indichiamo allora con il simbolo  $N_{25}$  tutti i bambini nati nel 2003 da madri venticinquenni, indichiamo poi con la notazione  $D_{25}$  il numero di venticinquenni nell'anno 2003; il tasso specifico di fecondità può allora essere

espresso semplicemente come segue:

$$f_{25} = \frac{N_{25}}{D_{25}}$$

Come si vede nella determinazione della capacità riproduttiva di una popolazione occorre considerarne la struttura per età, tuttavia la logica del processo rimane, nelle sue linee di fondo, identica a quella presentata nel caso dei numeri di Fibonacci.



### 4.3 Processi di sostituzione

Nel paragrafo 4.1 si è analizzato in termini di struttura e meccanica il processo di estinzione degli individui di una generazione. In realtà se questo fosse l'unico processo ad agire sulla nostra generazione, come è evidente, la storia sarebbe un fatto con un inizio ed una conclusione, perché si nasce si vive e si muore e poi fine della storia. Con ciò si vuol dire che se esistono le popolazioni, se l'umanità ha una sua storia tanto lunga, questo è dovuto al fatto che, come si è visto nel paragrafo 4.2, ogni individuo ha la capacità di riprodursi e in questo modo di contrastare gli effetti della mortalità. Questo fatto di riprodursi trasforma immediatamente il tipo di processo che stiamo analizzando in un processo in cui nuovi individui vengono a sostituire i vecchi e questo dà alle popolazioni una vita eterna e senza fine. L'esistenza di un singolo individuo è dunque limitata, perché ha un inizio ed una fine, mentre la vita di una popolazione non conosce fine, poiché al proprio interno si ripete incessantemente un processo di sostituzione di individui nuovi ad individui vecchi. È allora evidente che definire e formalizzare questo sistema significa porre le premesse per ogni analisi storica, poiché senza tale sistema, semplicemente, la storia sarebbe presto finita.

La formalizzazione di questo sistema, del sistema popolazione, è in effetti semplice, poiché, come si è dichiarato, si risolve nell'aggiungere gli effetti generati dalla *fecondità* a quanto appreso nel precedente paragrafo circa la mortalità.

Che tipo di processo è quello descritto dall'ultimo grafo della Figura 12? Per darne una rappresentazione intuitiva si può immaginare di avere un grande palazzo di 100 piani pieno di uffici in cui ogni piano venga per noi a rappresentare una data età. Per accedere ad ogni piano all'interno di questo nostro simbolico edificio possiamo pensare che sia necessario salire

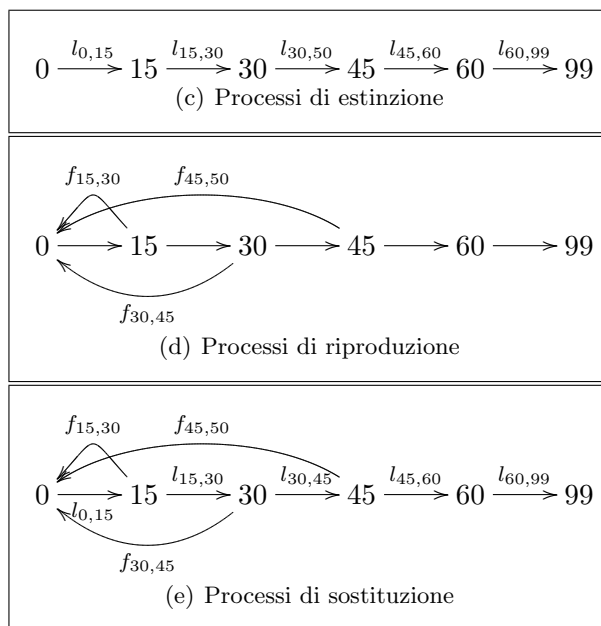


Figura 12: Meccanica dei processi di estinzione, riproduzione e sostituzione

delle lunghe scale. Possiamo allora immaginare che alla mattina questo nostro edificio apra le proprie porte e che una folla di uomini e di donne cominci a salirne le scale per raggiungere il proprio ufficio: questa folla di uomini e di donne verrà qui naturalmente a rappresentare gli individui della nostra generazione. Giunta che sia al primo piano la generazione perderà un certo numero dei propri effettivi, perché una parte degli uomini e delle donne che stiamo seguendo avrà il proprio ufficio al primo piano del palazzo; la parte rimanente della nostra folla continuerà invece il proprio percorso sulle scale del palazzo fino a raggiungere il secondo piano dove ancora una volta la nostra generazione subirà una decurtazione dovuta al fatto che alcuni individui della nostra folla d'uomini e di donne avrà il proprio ufficio collocato su questo piano. Il processo continuerà in questo modo, subendo progressive decurtazioni ad ogni piano, fino a che non si sia raggiunto il 15° piano. Fra il 15° e il 16° piano di questo strano palazzo accade però che una parte degli individui che sono giunti a questa altezza comincino a sdoppiarsi; si tratta evidentemente dell'inizio della fase riproduttiva della nostra generazione. I doppioni che così vengono a formarsi prendono allora un ascensore particolare che funziona solo per tragitti di discesa e grazie ad esso tornano al pian terreno. Questi doppioni cominceranno poi a loro turno una nuova scalata al palazzo cominciando a salire le scale che separano il pian terreno dal primo piano, mentre la nostra generazione originaria passa dal 16° al 17° piano. Passando dal 16° al 17° piano, inoltre la nostra generazione originaria subirà un nuovo processo di sdoppiamento in cui ancora una volta



i doppioni prenderanno l'ascensore (più propriamente il discensore...) per tornare al piano terra. Quando ormai la generazione originaria sarà giunta al 17° piano, la prima generazione di doppioni sarà giunta al primo piano, mentre la seconda generazione di doppioni si troverà al pian terreno. Il processo continuerà in questo modo fino a che la generazione originaria, la nostra ur-generazione, non sarà giunta al 30° piano, perché fra il 30° e il 31° piano accadrà un fatto nuovo: la prima generazione di doppioni sarà infatti, nel frattempo, giunta al 15° piano e avrà dunque dato inizio al suo processo riproduttivo: mentre dunque la generazione originaria sale dal 30° al 31° piano sdoppiandosi, anche la prima generazione di doppioni comincerà a sdoppiarsi fra il 15° e il 16° piano. I doppioni di entrambe queste due diverse generazioni prenderanno allora ancora una volta il discensore per tornare al pian terreno. Il fatto nuovo di cui si diceva è dunque che la nuova generazione che ritroveremo in questa fase del processo al pian terreno è formata dai doppioni della generazione originaria (che si trova tra il 30° e il 31° piano) e insieme da quelli della prima generazione di doppioni (tra 15° e 16°) che propriamente sono dei doppioni di doppioni. Quando poi la generazione originale si troverà a salire dal 31° al 32° piano la prima generazione di doppioni si troverà sulle scale che conducono dal 16° al 17° piano, e la seconda generazione di doppioni si troverà fra il 15° e il 16° piano: dunque la nuova generazione di doppioni sarà ora formata dai doppioni della generazione originaria e dai doppioni delle prime due generazioni di doppioni. Se adesso prolunghiamo nel tempo indefinitamente questo tipo di processo si vedrà facilmente come ad ogni iterazione del processo, ad ogni transizione da un piano al successivo, la folla di uomini e di donne che troveremo a pian terreno sarà formata dai doppioni di tutti coloro che si trovano tra il 15° piano e il 50°, ovvero ogni generazione è formata dai figli di 35 differenti classi d'età; inoltre ciò che si troverà è che ad un dato istante tutte le scale che portano da un piano ad un altro, saranno occupate da una determinata popolazione. Come si vede il processo di sostituzione che si è descritto e che si ottenuto per giustapposizione di un processo di estinzione e di uno di riproduzione, genera un fenomeno piuttosto complicato, che può però venire semplificato dalla seguente matrice:

$$M = \begin{matrix} & & 0 & 15 & 30 & 45 & 60 & 99 \\ \begin{matrix} 0 \\ 15 \\ 30 \\ 45 \\ 60 \\ 99 \end{matrix} & \left( \begin{matrix} 0 & l_{0,15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{15,30} & 0 & l_{15,30} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{30,45} & 0 & 0 & l_{30,45} & 0 & 0 & 0 \\ f_{45,50} & 0 & 0 & 0 & l_{45,60} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_{60,99} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

La matrice M descrive dunque l'azione simultanea di un processo di estinzione e di riproduzione di una generazione. Il sistema descritto da questa

matrice prevede la transizione fra 6 diversi stati  $\{0, 15, 30, 45, 60, 99\}$  ciascuno dei quali rappresenta una specifica età della popolazione. Naturalmente avremmo potuto considerare tutte le diverse età comprese fra 0 e 99, ma avremmo dovuto utilizzare una matrice molto più grande, e dunque per motivi di spazio (e di tempo) si è deciso di considerare il fenomeno solo per 6 età rappresentative. La prima riga della matrice ci dice dunque semplicemente che la probabilità di transire dall'età 0 all'età 15 per gli individui della nostra popolazione è la probabilità di sopravvivenza  $l_{0,15}$ . La seconda riga della matrice rappresenta invece un processo più complesso in cui possono verificarsi due differenti tipi di transizione: 1) Il primo tipo di transizione è ciò che si è chiamato sdoppiamento; la popolazione giunta all'età di 15 anni comincia a riprodursi e dunque a transire nuovamente allo stato 0. Il numero di bambini complessivamente messi al mondo da una donna dal 15° fino al 30° anno d'età saranno indicati da  $f_{15,30}$ . 2) Il secondo tipo di transizione descritto è quello consueto espresso dalla probabilità  $l_{15,30}$  di sopravvivere al trentesimo compleanno se si è giunti in vita al 15°.

L'ultima riga della matrice è popolata di soli zeri e serve ad indicare che dopo l'età di 99 anni nessun tipo di transizione è più possibile (si tratta di un piccolo trucco per rendere quadrata la matrice, ovvero per ottenere che il numero delle colonne uguagli quello delle righe).

Possiamo ora supporre che la mortalità e la fecondità della popolazione che stiamo studiando rimangano costanti nel tempo, ovvero che i diversi valori degli  $f_x$  e degli  $l_x$  non mutino da un anno all'altro. Sotto tale assunzione diviene possibile calcolare quale sarà, dopo  $n$  iterazioni del processo, la struttura per età della nostra popolazione, ovvero quanti individui apparterranno a ciascuna classe dopo che saranno trascorsi  $n$  anni. Per fare ciò è sufficiente stabilire una struttura d'inizio  $s_1$  per il processo e compiere il consueto prodotto matriciale:

$$s_n = s_1 \times M^{n-1}$$

Applichiamo dunque tale tipo di calcolo ad un caso (quasi) reale, supponendo che la meccanica del processo in oggetto sia:

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 15 & 30 & 45 & 60 & 99 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 15 \\ 30 \\ 45 \\ 60 \\ 99 \end{matrix} & \left( \begin{array}{cccccc} 0 & 0,95 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,45 & 0 & 0,99 & 0 & 0 & 0 \\ 0,45 & 0 & 0 & 0,97 & 0 & 0 \\ 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0,92 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \end{matrix}$$

Mentre la struttura d'inizio del processo verrà indicata dal vettore riga:

$$s_1 = \begin{pmatrix} 0 & 15 & 30 & 45 & 60 & 99 \\ 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La meccanica rappresentata dalla matrice  $M$  è stata costruita considerando i valori reali della mortalità femminile italiana dell'anno 1961, mentre i valori della fecondità (quelli che si trovano nella prima colonna della matrice) sono stati inventati in modo da ottenere una popolazione in cui gli effetti della mortalità fossero perfettamente compensati dall'azione della fecondità. Ciò che si otterrà dunque compiendo il prodotto matriciale fra il vettore riga  $s_1$  e la matrice  $M$  sarà la distribuzione per età di una popolazione femminile in cui la struttura della mortalità e della fecondità siano mantenute costanti nel tempo.

Iterazione	0	15	30	45	60	99	Totale
1	1000	0	0	0	0	0	1000
5	327	408	404	0	849	0	1987
10	371	351	338	354	312	0,73	1726
15	368	350	347	339	312	0,82	1717
20	368	350	347	339	313	0,82	1718
25	368	350	347	339	313	0,82	1718

Tabella 6: Una popolazione stazionaria

Sviluppando il processo per 25 iterazioni (cfr. Tabella 7) si riesce infine a verificare come i processi di sostituzione descritti in questo paragrafo formino un processo ergodico, poiché con il trascorrere del tempo la popolazione si stabilizza su una struttura per età costante. È questo un risultato generale della teoria delle popolazioni dovuto al lavoro teorico di Alfred Lotka: *se si mantengono inalterate nel tempo la mortalità e la fecondità, allora la popolazione convergerà su una specifica struttura per età.*

La popolazione il cui comportamento si è descritto attraverso la meccanica  $M$  viene detta una popolazione *stazionaria*, poiché non solo la struttura per età converge, ma anche il totale della popolazione. Come infatti si può vedere dalla Tabella 6 a partire dalla ventesima iterazione la popolazione si stabilizza su un totale di 1718 individui. È questo l'effetto dell'aver costruito la meccanica del processo in modo tale che gli effetti prodotti dalla mortalità venissero perfettamente bilanciati dalla fecondità. Possiamo ora tuttavia eliminare tale condizione e vedere cosa accade alla popolazione sotto l'ipotesi che la fecondità sia del 10 per cento più elevata di quella considerata precedentemente (e dunque ogni anno vi siano più nascite che morti). Consideriamo a tale scopo la nuova meccanica:

$$M = \begin{matrix} & & 0 & 15 & 30 & 45 & 60 & 99 \\ \begin{matrix} 0 \\ 15 \\ 30 \\ 45 \\ 60 \\ 99 \end{matrix} & \left( \begin{matrix} 0 & 0,95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,45 \times 1,1 & 0 & 0,99 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,45 \times 1,1 & 0 & 0 & 0,97 & 0 & 0 & 0 \\ 0,15 \times 1,1 & 0 & 0 & 0 & 0,92 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

Sviluppando il processo come di consueto per 25 iterazioni si ottengono i seguenti risultati:

Iterazione	0	15	30	45	60	99	Totale	Incremento
1	1000	0	0	0	0	0	1000	
5	379	448	444	0	849	0	2121	
10	512	469	436	437	378	0,85	2232	1,05
15	607	557	533	503	446	1,14	2647	1,19
20	724	665	636	599	534	1,36	3159	1,19
25	863	793	758	714	637	1,62	3767	1,19

Tabella 7: Una popolazione stabile

Osservando la colonna relativa al totale della popolazione della Tabella 7 ci si accorge agevolmente come l'effetto prodotto dall'innalzamento della fecondità si risolve in un processo di accrescimento della popolazione che nell'arco temporale rappresentato dalle nostre 25 iterazioni passa da una taglia iniziale di 1000 individui ad una finale di 3767. Nell'ultima colonna della Tabella 7 si è misurato tale accrescimento attraverso l'indice di incremento  $r$ :

$$r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

Dove con la notazione  $P_t$  si indica la taglia della popolazione all'istante  $t$ . Dunque nel caso del calcolo dell'indice di incremento della popolazione alla venticinquesima iterazione rispetto alla ventesima iterazione si avrà:

$$r_{25} = \frac{P_{25}}{P_{20}} = \frac{3767}{3159} = 1,19$$

Ciò che i dati della Tabella 7 vengono allora ad indicare è come l'indice di accrescimento della popolazione che stiamo considerando converga su un valore di 1,19. Dopo un'iterazione dunque la popolazione di  $t$  aumenterà fino a raggiungere un numero di individui pari a:

$$P_{t+1} = P_t \times r$$

Dopo due iterazioni la popolazione originaria di  $t$  sarà invece diventata:

$$P_{t+2} = P_{t+1} \times r$$

ovvero:

$$P_{t+2} = (P_t \times r) \times r = P_t \times r^2$$

Tutto ciò porta ad una celebre formula utilizzata in demografia per il calcolo della taglia di una popolazione. Si supponga, infatti, di indicare con  $P_0$  la popolazione originaria e con  $r$  il tasso di incremento della popolazione, si potrà allora ottenere la popolazione al tempo  $t$  attraverso la seguente formula:

$$P_t = P_0 \times r^t \tag{5}$$

Siamo così giunti attraverso l'equazione (5) a descrivere la crescita di una popolazione in cui la struttura della fecondità e della mortalità rimangono costanti nel tempo attraverso un'equazione esponenziale<sup>3</sup>. Ciò significa che in generale, tutte le volte che si verifichi uno scostamento fra il numero di nascite e di morti all'interno di una popolazione il processo di accrescimento (o di riduzione) indotto da questo fatto è fenomeno dagli effetti rapidi e violenti.

Torniamo ora a considerare il problema della struttura per età prodotta dalla nuova meccanica che stiamo considerando. Osservando i dati della Tabella 7 non sembra possibile scorgere alcun fenomeno di convergenza, perché in effetti il numero di individui all'interno di ciascuna classe d'età varia d'iterazione in iterazione. Si deve però ricordare che si ha convergenza quando la proporzione di individui di una data età sul totale della popolazione rimane costante nel tempo; non è, in altri termini, il numero assoluto di individui che ricade all'interno di una data classe d'età ad essere importante, ma il peso relativo di tale classe sul totale della popolazione. Proviamo dunque a calcolare per ogni classe d'età e per ogni iterazione della Tabella 7 le frequenze relative (popolazione associata ad una data età sul totale della popolazione):

Nella Tabella 8 si è espresso il peso relativo di ciascuna età sul totale della popolazione con una cifra compresa fra 0 e 1. In questo modo la prima riga della Tabella 8 viene ad indicare che la popolazione si trova concentrata nella prima età (età 0). Nella seconda riga il valore 0,179 associato all'età zero indicherà come alla quinta iterazione del processo la probabilità di trovare un individuo di 0 anni all'interno di questa popolazione è appunto, 0,179. Come si può constatare osservando le successive righe della tabella il processo giunge anche in questo caso a convergenza fra la decima e la quindicesima iterazione. Una popolazione che mantenga inalterata nel tempo la struttura della mortalità e della natalità verrà detta una *popolazione*

---

<sup>3</sup> $P_t = P_0 e^{rt}$

Iterazione	0	15	30	45	60	99	Totale
1	1	0	0	0	0	0	1
5	0,179	0,211	0,209	0	0,4	0	1
10	0,229	0,210	0,195	0,196	0,169	0	1
15	0,229	0,210	0,201	0,190	0,169	0	1
20	0,229	0,210	0,201	0,190	0,169	0	1
<b>25</b>	<b>0,229</b>	<b>0,210</b>	<b>0,201</b>	<b>0,190</b>	<b>0,169</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

Tabella 8: Frequenza relativa delle diverse classi d'età sul totale della popolazione. Modello stabile.

*stabile*. Le popolazioni stazionarie descritte nel precedente caso sono dunque un caso particolare di popolazione stabile; sono delle popolazioni stabili in cui il numero delle nascite uguaglia il numero delle morti, e tuttavia quest'ultima condizione, come si è appena finito di verificare, non è necessaria affinché il processo converga.

Non sarà privo d'interesse confrontare fra loro le strutture per età della popolazione stazionaria e di quella stabile che si sono studiate. Per effettuare questo confronto procederemo ancora una volta al calcolo del peso relativo di ciascuna età nel caso precedentemente visto di popolazione stazionaria.

Iterazione	0	15	30	45	60	99	Totale
1	1	0	0	0	0	0	1
5	0,164	0,205	0,203	0	0,427	0	1
10	0,215	0,203	0,196	0,205	0,181	0	1
15	0,215	0,204	0,202	0,197	0,181	0	1
20	0,214	0,204	0,202	0,197	0,182	0	1
<b>25</b>	<b>0,214</b>	<b>0,204</b>	<b>0,202</b>	<b>0,197</b>	<b>0,182</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

Tabella 9: Frequenza relativa delle diverse classi d'età sul totale della popolazione. Modello stazionario.

Se ora si confronteranno fra loro l'ultima riga della Tabella 8 con quella della Tabella 9 si osserverà come la prima indichi una popolazione più giovane della seconda. Nella costruzione della meccanica della popolazione stabile si è, infatti, compiuta l'assunzione che la fecondità fosse del 10 per cento più elevata di quella utilizzata nella costruzione della meccanica della popolazione stazionaria. Ciò che dunque si è scoperto è che *fissata una stessa mortalità per due diverse popolazioni, quella delle due che avrà la fecondità più elevata avrà anche la struttura per età più giovane*. Naturalmente vale anche la proposizione opposta: *fissata una stessa fecondità per due diverse popolazioni, quella che avrà la mortalità più elevata avrà anche la struttura per età più giovane*.

Possiamo ora domandarci cosa sarebbe avvenuto alla nostra popolazione

se avessimo innalzato del 10 per cento anche i valori della mortalità oltre a quelli della fecondità, ovvero se avessimo considerato una meccanica del tipo:

$$M = 1,1 \times \begin{matrix} & 0 & 15 & 30 & 45 & 60 & 99 \\ \begin{matrix} 0 \\ 15 \\ 30 \\ 45 \\ 60 \\ 99 \end{matrix} & \left( \begin{matrix} 0 & 0,95 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,45 & 0 & 0,99 & 0 & 0 & 0 \\ 0,45 & 0 & 0 & 0,97 & 0 & 0 \\ 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0,92 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

Sviluppando nel tempo questo sistema troviamo un risultato in tutto identico a quello mostrato dalla Tabella 9, ovvero una popolazione con dinamica stazionaria. È questa una conclusione importante perché ci permette di definire un terzo tipo di dinamica della popolazione. Si supponga infatti che la popolazione che si sta studiando non mantenga costanti nel tempo la struttura della mortalità e della fecondità, ma che queste possano variare di anno in anno mono-parametricamente: ciò significherà che in un certo anno la meccanica del sistema potrà essere data da una meccanica  $M$ , e che poi nell'anno successivo la meccanica potrà essere data da  $\lambda_1 \times M$  dove  $\lambda_1$  rappresenterà un numero qualunque, ad esempio 1,1; e ancora possiamo immaginare che in un terzo anno ancora la meccanica possa essere data da  $\lambda_2$ , per esempio, 0,9. Dunque in questo nuovo contesto esistono una struttura di base della mortalità e della fecondità che possono venire aumentate o ridotte simultaneamente di un fattore  $\lambda$  che varia nel tempo casualmente facendo in modo che in un dato anno la mortalità e la fecondità siano più elevate, mentre in un altro siano più basse. Se dunque a partire da questa nuova ipotesi si intendono sviluppare dei calcoli a partire da una struttura  $s_1$  considerata originaria per il sistema, la struttura per età della popolazione che si sta considerando verrà ad essere data, dopo  $n$  iterazioni da:

$$s_n = s_1 \times (\lambda_1 \times M) \times (\lambda_2 \times M) \times \dots \times (\lambda_{n-1} \times M)$$

Fortunatamente il prodotto di uno scalare per una matrice è un'operazione commutativa, e dunque potremo riscrivere la precedente equazione come segue:

$$s_n = s_1 \times M^{n-1} \times (\lambda_1 \times \lambda_2 \times \dots \times \lambda_{n-1}) \quad (6)$$

Dunque anche immaginando una mortalità ed una fecondità che fluttuano di anno in anno mono-parametricamente si potrà essere sicuri che la popolazione convergerà su una specifica distribuzione stazionaria. Le popolazioni che seguono questa tipologia di dinamica vengono dette in demografia *popolazioni quasi-stabili* o anche *semi-stabili*. L'importanza di

questa tipologia di sviluppo delle popolazioni risiede per noi nel fatto che le popolazioni dell'antico sistema demografico europeo seguono una dinamica di popolazione semi-stabile.

## 5 Oggetti storici

Esistono i fatti storici? Esistono dei processi reali, ontologici, indipendenti dal loro osservatore prediletto, lo storico? Erano queste le domande da cui eravamo partiti e a cui ora converrà tornare dopo aver percorso questo lungo cammino.

Tutto il lavoro svolto nelle pagine che precedono in effetti è stato rivolto alla definizione di un unico oggetto concettuale: ciò che siamo riusciti a definire e a formalizzare è quell'oggetto che siamo soliti chiamare *popolazione*; si è così scoperto che le popolazioni sono formate dall'azione simultanea di due distinti processi che si sono detti *estinzione* e *riproduzione* e che nel loro complesso formano un processo di *sostituzione*. Per definire questi processi è stato necessario classificare gli individui della popolazione in relazione alla loro età ed è esattamente in relazione a questa forma di categorizzazione del nostro oggetto che siamo giunti a definire su di esso i processi di estinzione, riproduzione e sostituzione che ne regolano la vita e lo sviluppo. Tali processi, lo si è ripetuto incessantemente, formano delle particolari strutture matematiche che si sono dette *catene di Markov* e in cui alcuni celebri studiosi vedono l'essenza della storicità. Possiamo allora dire che attraverso la classificazione per età degli individui della popolazione, attraverso la successiva identificazione e formalizzazione dei processi di estinzione, riproduzione e sostituzione abbiamo formato un *oggetto storico* di cui abbiamo in seguito identificato in astratto alcune caratteristiche legate ai problemi dell'accrescimento e della convergenza. I fenomeni che si sono identificati in relazione a questo oggetto sono reali, e misurabili: il fatto che circa un secolo fa nei paesi europei si sia prodotto una riduzione nel livello della fecondità è ciò che porta oggi queste stesse popolazioni a conoscere un progressivo processo di invecchiamento. Non esiste spazio ad interpretazione, i due eventi sono legati fra loro e ciò che li lega è esattamente la teoria della popolazione stabile che si è spiegata. Gli eventi storici di cui si tratta sono poi connessi fra loro in senso ontologico, poiché anche se non si crede alle catene di Markov, alla matematica, alle matrici e al prodotto matriciale, anche se non si crede in tutto questo, rimane il fatto che se una popolazione subisce una riduzione della fecondità, allora essa comincerà ad invecchiare e si stabilizzerà su una struttura per età più vecchia rispetto a quella da cui era partita. La matematica ci insegna a riconoscere dunque un certo numero di strutture, di connessioni, di forme, ma non è essa ad inventarle, esse sono, come credeva Galileo, nelle cose: il mondo è davvero formato di cerchi e di triangoli. Con questo si vuole dire che questi enti matematici che si sono



dette catene di Markov agiscono realmente, pervasivamente, nelle società e ne determinano le fondamenta e l'architettura.

Guardate sopra di voi le evoluzioni di uno stormo di uccelli alla sera e vedrete certamente un'immagine bella e serena, ma vedrete anche volteggiare sopra di voi una complessa catena di Markov in cui la posizione nello spazio di ogni singolo uccello è determinata dalla posizione assunta in quello stesso spazio dagli uccelli che gli sono più vicini.

Osservate ancora nel mare i branchi di pesci e il moto coerente in esso suscitato dall'apparizione di un pericolo o di un predatore; ancora una volta siamo di fronte alla propagazione di un segnale attraverso una rete complessa che permette di trasportare in pochi attimi l'informazione sulla presenza del pericolo o del predatore da un capo all'altro del branco.

Guardate il mirabile mondo delle api e delle formiche e osservate quanti diversi sistemi di comunicazione in essi si trovino e quanti diversi segnali si propaghino e si intersechino negli alveari e nei formicai.

Nelle nostre società umane, nel corso della nostra vita quotidiana, si entra in una catena di Markov tutte le volte che ci si metta in fila alla posta o allo sportello di un supermercato. Sono catene di Markov i nostri sistemi scolastici che promuovono o bocchiano e consentono di avanzare oppure costringono a rimanere fermi un anno. Sono catene di Markov le nostre carriere, perché prima di diventare presidenti, per un po' almeno, occorre aver fatto la gavetta. Sono catene di Markov, come si è avuto modo di dimostrare, le nostre esistenze, la successione di nascita, vita e morte.

Sono catene di Markov poi le forze che fanno evolvere le lingue che parliamo, o ancora le forze che mutano la frequenza relativa degli alleli in una popolazione (la teoria dell'evoluzione delle specie dunque). E sono ancora guidati da questo tipo di processo i fenomeni che regolano la disposizione di una popolazione nello spazio, oppure la sua interna distribuzione delle ricchezze, oppure ancora quelli che determinano la struttura topologica di molte grandi reti di interazione sociale. Finanche il cognome o il nome che ciascuno di noi porta è il risultato di un processo di questo tipo.

Esiste tuttavia un fenomeno la cui intima essenza non può essere lontana da quella di un processo markoviano, e che assume per le popolazioni umane maggiore rilevanza rispetto ad ogni altro. Questo processo è quello che coinvolge la trasmissione della cultura e delle conoscenze: accade così che si leggano dei libri sulle catene di Markov, che si apprendano delle informazioni, che se ne faccia una copia all'interno del proprio cervello, e che poi si restituiscano queste informazioni apprese da altri in una dispensa, oppure in un libro o in un articolo che poi verranno letti da altri che ne faranno a loro volta una propria copia nei propri cervelli e poi forse le ripeteranno in modo tale che altri ancora ne possano fare, a loro volta, tesoro. Avviene così che le informazioni apprese e ripetute generino un segnale e che questo si propaghi nello spazio e nel tempo venendo al contempo sottoposto all'azione del rumore o dell'innovazione, o della contaminazione finché esse non divengano

qualcosa di intimamente diverso da ciò che erano state in origine, esattamente come accade, ed è stato Bloch a dircelo, con la propagazione di un segnale attraverso le file di una colonna di soldati.

Esistono allora La Prima Guerra mondiale e la Seconda e la Rivoluzione francese? E chi lo sa... a voi di trovare un metodo per dimostrarlo, per me era importante di dimostrare l'esistenza delle popolazioni; *unicuique suum...*